DEZBATERI IDEOLOGICE

ILIE PÂRVU

EXISTENȚĂ ȘI REALITATE ÎN ȘTIINȚĂ ȘI FILOZOFIE

EDITURA POLITICĂ

Ilie Pârvu

EXISTENȚĂ ȘI REALITATE ÎN ȘTIINȚĂ ȘI FILOZOFIE

Editura politică, București, 1977

Coperta colecției :
ALEXANDRU FRANCISC

Colecția
„DEZBATERI IDEOLOGICE"

Cuprins

Introducere 7

Capitolul I. REALITATEA FIZICĂ

1. Revoluţia contemporană din fizică şi criza concepţiei clasice asupra realităţii 15
2. Realitatea obiectivă şi realitatea fizică . . 27
3. „Conflictul epistemologic Bohr-Einstein" şi problema realităţii fizice 31
4. Realitate şi potenţialitate 46
5. Realitate fizică şi invarianţă 52
6. Orizonturi de realitate şi orizonturi de cunoaştere ; de la realismul naiv la realismul operaţional 55
7. Teoria fizică şi criteriile de realitate . . . 60

Capitolul al II-lea. PROBLEMA EXISTENŢEI ÎN MATEMATICA CONTEMPORANĂ

1. Programele fundaţionale şi existenţa matematică 67
2. Criteriile existenţei matematice 108
3. Sistemele formale şi existenţa matematică ; reducţia ontologică 112

Introducere

Una dintre trăsăturile caracteristice ale dezvoltării cunoașterii științifice contemporane o constituie apropierea aspectelor ei constructive și reflexive, unificarea internă a teoriilor științifice cu ipotezele filozofice. Această trăsătură se manifestă în modul cel mai pregnant prin constituirea unor discipline metateoretice în cadrul cărora limbajul, structura și metodele științei sînt abordate la nivelul și cu mijloacele specifice teoriilor științifice. Este un fapt recunoscut în mod general că acest gen de cercetări a influențat profund dezvoltarea și rezultatele matematicii, fizicii, biologiei, lingvisticii și ale altor științe contemporane. Este greu de conceput progresul actual al cunoașterii din aceste domenii fără a se ține seama de contribuția analizelor logico-epistemologice ale conceptelor și teoriilor lor. Exemplul cel mai clar îl formează matematica: constituirea unei teorii a fundamentelor matematicii nu a reprezentat un simplu „lux" logic, ci ea a influențat decisiv evoluția ulterioară a matematicii înseși, a condus la probleme, metode și rezultate noi și în ramurile „clasice" ale matematicii.

Domeniul cercetărilor logico-epistemologice reprezintă însă numai o direcție a acestei convergențe generale a științei cu filozofia. Revo-

luția contemporană din diferitele ramuri ale științei a impus nu numai necesitatea revederii logice a fundamentelor lor conceptuale, ci și pe aceea a explicitării supozițiilor ontologice ale diferitelor teorii științifice, a clarificării „angajării ontice" a diferitelor sisteme teoretice. Reflecția ontologică participă astfel nemijlocit la procesul de „redirecționare strategică" a cercetărilor teoretice din știință, la fundamentarea programelor de cercetare. Atitudinile sau ipotezele ontologice intervin direct în justificarea alegerii unor direcții de cercetare fundamentală. În contextul marilor polemici științifico-filozofice ale secolului nostru, legate tocmai de justificarea unor teorii fundamentale sau programe de cercetare din fizică, matematică, biologie etc., un rol central a revenit atitudinilor sau intuițiilor ontologice, concepțiilor generale asupra existenței, cauzalității sau determinismului pe care se bazau aceste construcții teoretice. Deosebit de evidentă a apărut însemnătatea unui mod determinat de a înțelege existența din perspectiva noilor teorii științifice în cadrul „conflictului epistemologic" dintre Bohr și Einstein în problemele interpretării mecanicii cuantice, polemică considerată a reprezenta cea mai înaltă dispută științifico-filozofică din istoria științei după aceea dintre Leibniz și Newton.

Procesul de apropiere a teoriei existenței de construcția efectivă a științei a influențat în general natura reflecției ontologice contemporane. Unul dintre sensurile acestei influențe îl vădește ponderea din ce în ce mai mare pe care o au actualmente acele teorii sau sisteme ontologice care se constituie plecînd de la problemele puse de știință și în concordanță cu legile și rezultatele ei fundamentale. Este evident că filozofia tradițională, denunțată încă de la mijlocul secolului al XIX-lea de Marx și Engels, dar care și-a păstrat în mare măsură și ulterior trăsăturile ei specifice, ce tindea să se consti-

tuie deasupra științelor și se angaja în construcții pur speculative ale unor „sisteme ale lumii", a devenit incapabilă să mai răspundă problemelor existenței în contextul noilor progrese ale științei. Ontologiei i se cere astăzi să ocupe un alt loc în sistemul actual al cunoașterii, să participe mai direct la elaborarea sintezelor ei teoretice și la fundamentarea selecției ipotezelor științifice. În acest sens este deosebit de remarcabilă mărturisirea marelui fizician contemporan, Werner Heisenberg: „În construcția teoriilor fizice eu n-am fost niciodată stimulat de experimente. Motivațiile și cheile mele euristice au fost întotdeauna de natură filozofică" [1]. *Tocmai un asemenea rol activ în construcția științei trebuie să-și asume astăzi teoriile sistematice ale existenței.*

Acest proces de apropiere a științei de filozofie a condus însă și la o tendință de „internalizare" completă a problemelor ontologice, la ideea pozitivistă de a decide asupra lor exclusiv cu mijloacele și instrumentele diferitelor sisteme matematice sau fizice. Astfel, unii filozofi și fizicieni tind să identifice preocupările ontologiei cu cele ale fizicii, considerînd că numai fizicii îi revine sarcina de a elabora imaginea generală a lumii reale. Pe de altă parte s-a acreditat de asemenea ideea că, pe plan metodologic, problemele vizînd statutul conceptelor teoretice, al obiectelor abstracte, idealizate ar fi rezolvabile apelînd exclusiv la conceptele și teoriile științifice.

Punctul de vedere pozitivist, favorizat de unele rezultate din fundamentele matematicii și din axiomatizarea altor științe, și-a găsit expresia cea mai clară în distincția introdusă de

---

[1] *Denken und Umdenken. Zu Werk und Wirkung von Werner Heisenberg*, H. Pfeiffer (Hrsg.), Piper, München, 1977, p. 146.

R. Carnap[2] *între două tipuri de probleme „ontologice" : problemele „interne", care se referă la existența entităților înăuntrul unor sisteme conceptual-lingvistice, ca părți ale sistemului, singurele care au o natură cognitivă, și problemele „externe", care vizează realitatea sistemelor în ansamblul lor, nedecidabile teoretic ci numai pe temeiuri pragmatice. Separarea netă a științei de „metafizică", propusă de pozitiviști, este însă tot mai clar respinsă de savanții contemporani. Max Born, de exemplu, propunea pentru cercetarea științifică din domeniul fizicii o deviză radical deosebită de aceea a empirismului clasic, moștenită de la Newton : „Nu există fizică fără metafizică !", înțelegînd în acest context prin metafizică „cercetarea trăsăturilor generale caracteristice ale structurii lumii, precum și a metodelor noastre de a aprofunda această structură"* [3].

Evoluția actuală a cercetărilor din teoriile fundamentelor, soarta marilor orientări și programe „ontologice" din matematică și fizică au demonstrat imposibilitatea situării complete a problemei existenței în interiorul granițelor științei, necesitatea unei integrări într-o viziune mai amplă a rezultatelor lor specifice, a coordonării lor cu alte activități și experiențe umane. O asemenea poziție a fost dezvoltată de materialismul dialectic. El respinge atît ontologia speculativă care ignorează rezultatele științelor, cît și atitudinea pozitivistă în rezolvarea problemelor existenței.

Lucrarea de față își propune să prezinte din această perspectivă o introducere în problematica actuală a existenței și realității, în modul cum aceasta se dezvăluie, analizînd marile

---

[2] R. Carnap, *Empirism, semantică și ontologie*, în R. Carnap, *Semnificație și necesitate*, Cluj, Editura Dacia, 1973.

[3] M. Born, *Fizica în concepția generației mele*, București, Editura științifică, 1969, p. 129.

confruntări și programe științifice din fizica și matematica secolului nostru. Nu intenționăm să expunem tema existenței așa cum apare ea în diferitele variante ale filozofiei contemporane, ci ne vom concentra exclusiv asupra modului în care problema existenței a fost efectiv implicată în cercetarea științifică contemporană din două ramuri ale științei, fizica și matematica. Perspectiva din care vom cerceta această problemă aparține deci filozofiei și metodologiei științei, acel gen de activitate care se constituie tocmai prin convergența cercetării teoretice cu reflecția filozofică și care se dovedește în ultima vreme de o importanță esențială atît pentru progresul științei cît și al oricărei filozofii raționaliste. Am ales aceste domenii — fizica și matematica — deoarece în mare măsură ele rămîn și astăzi paradigma, respectiv, instrumentul constitutiv al științei în general. Rezultatele obținute în acest cadru au, de aceea, o semnificație principială pentru înțelegerea relației generale a cunoașterii umane cu realitatea obiectivă. În aceste discipline s-a produs mai devreme trecerea la un nou mod de a gîndi în știință, esențialmente constructiv, la un nou nivel de înțelegere și abordare a existenței care a pus în discuție înseși fundamentele concepției clasice asupra realității. Deși reprezintă domeniile cu cel mai înalt grad de abstracție și idealizare din cunoașterea umană, ele nu s-au îndepărtat de problemele care-l privesc pe om, care vizează statutul și activitatea sa. Și în acest context științific s-a dezvăluit astfel în mod fundamental necesitatea luării în considerare a rolului subiectului, a acțiunii și intervenției sale practice asupra lumii în constituirea valorilor fundamentale ale cunoașterii, obiectivitatea și certitudinea. „Dacă dorim să fim obiectivi — scrie un fizician contemporan — trebuie să recunoaștem participarea umană în procesul științific pentru a avea posibilitatea de a o estima. Tot așa, dacă dorim să obținem certi-

tudine, trebuie să recunoaștem interacțiunea dintre fenomen și cercetător (sau instrumentul de măsură) pentru a avea posibilitatea de a estima valoarea erorii în conformitate cu principiul de nedeterminare. Negarea factorului uman în știință face imposibilă obținerea atît a obiectivității cît și a certitudinii" [4].

În primul capitol ne vom ocupa de problema realității văzută din punctul de vedere al relației ei cu teoriile fizice (problema „realității fizice"), problemă care a căpătat o semnificație fundamentală în discuțiile cu caracter filozofic din fizica atomică. Ea s-a aflat în centrul polemicii filozofice dintre Bohr și Einstein legată de interpretarea fizică și filozofică a mecanicii cuantice și de acceptarea ei ca bază a programului de cercetare din fizica teoretică. Elaborarea ulterioară în „direcția lui Bohr" sau revenirea la „spiritul lui Einstein" în interpretarea realității fizice au marcat principalele etape ale dezvoltării fizicii atomice și filozofiei fizicii. În cel de-al doilea capitol vom expune modalitatea în care apare problema existenței în cadrul marilor orientări din filozofia matematicii — logicismul, formalismul și intuiționismul —, atitudinile ontologice implicate de principalele direcții de întemeiere a acestui „model de certitudine și adevăr", cunoașterea matematică.

Filozofia materialist-dialectică își propune ca una din sarcinile ei fundamentale cooperarea cu știința în construirea unui model adecvat al lumii obiective și în elaborarea unei concepții complexe asupra căilor, instrumentelor și valorii cunoașterii acestei lumi. Prin deschidere, reflexivitate și constructivitate, trăsături ce-i definesc profilul metodologic, materialismul dialectic poate realiza integrarea pluralității exigențelor cărora le corespund diferitele orientări

[4] E. Hutten, *Ideile fundamentale ale fizicii*, București, Editura enciclopedică română, 1970, p. 163.

din aceste domenii, îndrumînd cercetarea viitoare în căutarea unei sinteze posibile. Vom încerca să reliefăm astfel superioritatea abordării în principiu a temei existenței de pe poziția metodologiei dialectice, cît și contribuția ei specifică la elaborarea unor soluții sistematice la problemele care apar efectiv în cercetarea metateoretică. Prin această lucrare sperăm să relevăm valoarea abordării marxiste a unui domeniu al reflecției filozofice — filozofia științei — mai puțin avut în vedere în expunerile de pînă acum privind rolul și locul filozofiei marxiste în marile confruntări de idei din lumea contemporană.

Capitolul I

Realitatea fizică

1. Revoluția contemporană din fizică și criza concepției clasice asupra realității

Evoluția fizicii la sfîrșitul secolului trecut și începutul secolului nostru a reprezentat un proces de adîncă revoluționare a imaginii științifice asupra naturii, de reformare a cadrului conceptual general al fizicii. Această transformare profundă petrecută în domeniul fizicii poate fi înțeleasă mai complet numai dacă o vom urmări pe multiplele planuri pe care s-a desfășurat : experimental, matematic, metodologic, filozofic. În planul gîndirii teoretice acest proces a condus la constituirea a două noi teorii, teoria relativității și teoria cuantică, sinteze de o deosebită noutate și generalitate, care au formulat nu numai noi legi ale mișcării, ci au revoluționat și reprezentările noastre despre spațiu, timp, cauzalitate și determinism, despre relația dintre construcțiile teoretice și realitatea fizică. În acest din urmă plan se înscrie problematizarea ideii de realitate (ca obiect de referință al teoriilor științifice). După cum spune un cunoscut fizician contemporan, drumul parcurs de fizică de la Newton la Bohr și Einstein a condus la un rezultat grav : „Noua dezvoltare a fizicii pare a fi întunecat conceptul de realitate... Ce sens are acum să se afirme

«realitatea» unui construct fizic, dacă aceste constructe se dizolvă într-o colecție de simboluri ?“ [1].

Pentru a înțelege sensul acestei întrebări va trebui să analizăm cîteva dintre particularitățile metodologice ale evoluției ultime a fizicii. În primul rînd acestea țin de modificarea unor elemente tradiționale ale raportului dintre teoriile sau ipotezele fizice și structurile matematice folosite pentru construcția lor, dintre interpretarea fizică și formalismul matematic al teoriilor. Această modificare, prezentă deja în cadrul proceselor care au pregătit formularea teoriei relativității și teoriei cuantice a fost analizată de Lenin în *Materialism și empiriocriticism*, ea reprezentînd, după Lenin, una dintre „rădăcinile gnoseologice“ ale idealismului fizic.

Matematizarea cunoașterii fizice se realizează în această perioadă pe fondul unor remarcabile transformări petrecute în matematică și în raportul ei cu fizica. Spre sfîrșitul secolului al XIX-lea s-au produs modificări importante în modul de a fi, obiectul, arhitectura și concepția matematicii și logicii. În al doilea rînd, asistăm în aceeași perioadă la schimbarea raportului dintre formalismul matematic și conținutul specific al teoriei fizice, interpretarea lui în termeni fizici. Aceste două transformări au avut loc într-o perioadă de descoperiri fizice care au pus la îndoială caracterul absolut al unor principii de bază ale descrierii naturii, ca și al modului materialist-mecanicist, substanțialist, de reprezentare a realității.

În epoca la care ne referim matematica intrase în cea de a treia fază a evoluției ei istorice, fază dominată de numele unor mari matematicieni cum ar fi B. Riemann, R. Dedekind,

[1] J. M. Jauch, *Foundations of Quantum Mechanics*, Reading, Mass. Addison-Wesley, 1968, p. 69—70.

G. Frege, F. Klein, S. Lie, H. Poincaré, E. Noether şi, în special, David Hilbert. Este etapa care începe „marea întreprindere de comparare şi asimilare" ce urma etapelor intuitiv-constructive anterioare şi care corespundea „nevoii unei luări în posesie mai directe şi mai puternice a realităţii matematice, prin elaborarea unor scheme abstracte, cît mai încăpătoare, tipare comune ale unor teorii diferite ca materie" [2]. Această ultimă tendinţă, dominantă ca atitudine teoretică în perioada cercetată, se caracterizează în mod deosebit printr-o îndrumare a cercetărilor asupra structurilor comune diverselor discipline matematice, ca şi asupra metodelor şi tehnicilor demonstrative, deci printr-un recul asupra fundamentelor. Cercetarea matematică viza structuri largi, subiacente unui număr de ramuri care apăruseră pînă acum ca autonome, izolate în privinţa scopului şi metodelor cît şi a limbajului utilizat. În definirea acestor structuri se utilizează în mod esenţial metoda axiomatică. În perspectiva acestei axiomatici problemele aplicării matematicii se separă însă tot mai mult de problemele ei proprii („geometria fizică" de „geometria matematică", cum spunea Einstein). În acest stadiu matematicile abandonează caracterul lor vechi, „realist" şi cantitativ, pentru a se afirma în condiţia lor de ştiinţe ale ordinii şi ale posibilului, centrate pe ideea de relaţie, bază a raţiunii matematice. „În concepţia axiomatică matematica apare în definitiv ca un rezervor de *forme* abstracte — structurile matematice" [3]. Noul sens al axiomaticii ab-

---

[2] Dan Barbilian, *Direcţii de cercetare în matematicile contemporane*, „Tribuna", 17 mai 1958 (citat după I. Barbu, *Pagini de proză*, Bucureşti, Editura pentru literatură, 1968, p. 159, 224).

[3] N. Bourbaki, *Arhitectura matematicii*, în vol. *Logică şi filozofie*, Bucureşti, Editura politică, 1966, p. 554.

stracte — definit de Hilbert — substituie viziunii clasice, ontologiste asupra matematicii o imagine nouă care deschide posibilitatea unei pluralități de sisteme ipotetico-deductive, a unor dezvoltări formale inepuizabile. Această evoluție a matematicii a fost sugestiv rezumată de R. Courant și A. Robins astfel : „Din cele mai vechi timpuri matematicile au considerat obiectele lor, de pildă, numere, puncte etc., ca substanțe oarecare, lucruri în sine. Deoarece aceste entități refuzau întotdeauna să se supună încercării de a le descrie în mod adecvat, încetul cu încetul le-a apărut matematicienilor din sec. al XIX-lea, cu tot mai multă claritate, faptul că problema semnificației acestor obiecte ca lucruri substanțiale este lipsită de sens în matematică. Afirmațiile matematice în care intră acești termeni nu se referă nicidecum la realitatea fizică ; ele stabilesc doar relații existente între obiecte «nedefinite» matematic și reguli care guvernează operațiile cu ele. Ce sînt într-adevăr punctele, dreptele, numerele etc., este un lucru care nu poate fi și nu trebuie să fie discutat în matematică. Ceea ce are importanță și ceea ce corespunde faptului «verificabil» este structura și relația... O intuire clară a necesității dematerializării noțiunilor matematice elementare a fost unul dintre cele mai importante și mai fructuoase rezultate ale dezvoltării orientării moderne“ [4].

Nu am adus în discuție acest citat pentru soluția — problematică — pe care el o oferă existenței în matematică (asupra acesteia ne vom opri în capitolul al II-lea), ci pentru a sublinia orientarea și consecințele posibile ale direcției axiomatic-formale în matematică, și, mai ales, implicațiile pe care aceasta le-a avut asupra

[4] R. Courant, A. Robbins, *Ce este matematica ?*, București, Editura științifică, 1969, p. 16.

fizicii. În etapa în care matematica se „dezontologiza", renunța la pretențiile ei „substanțialiste", realiste anterioare (subsumîndu-și în această evoluție și *logica*, „noua logică" se baza și ea esențialmente tot pe ideea de relație), se elibera de cerința nativă a *adecvării*, în care ordinea formală era echivalentă cu o ierarhie ontică, se „intelectualiza" („calculul se substituia prin idei" : Hilbert), crește în mod fundamental rolul matematicii în formularea ipotezelor și în constituirea teoriilor fizice. Paradoxal, dar tocmai în această etapă în care se modifică idealul matematic, în care se conturează „o nouă poziție a matematicianului față de universul matematic" [5], a crescut în mod considerabil rolul euristic al matematicii în fizică. Descumpănit oarecum în fața acestui paradox, N. Bourbaki scria : „Se întîmplă fără să se știe prea bine de ce, ca unele aspecte ale realității să se potrivească în unele din aceste forme ca printr-un gen de preadaptare. Nu poate fi negat, bineînțeles, că majoritatea acestor forme aveau la origine un conținut intuitiv bine determinat. Dar, tocmai golindu-le în mod voit de acest conținut a fost posibil să li se dea toată eficacitatea pe care o purtau în sine potențial, să devină apte de a primi noi interpretări și de a-și îndeplini integral rolul lor generator" [6]. Această situație deosebită în care tocmai prin eliberarea de intuițiile nemijlocite, prin sporirea gradului de abstracție și libertate, matematica devine aptă să anticipeze ideile fizice, să contribuie mai profund la constituirea ipotezelor și teoriilor fizice, a fost *extrem* de clar ilustrată de opera lui Riemann. Numai după ce acesta a generalizat într-un

[5] Dan Barbilian, *Situarea axiomaticei*, în *Opera didactică*, vol. III, București, Editura tehnică, 1974, p. 331.

[6] N. Bourbaki, *op. cit.*, p. 554.

mod remarcabil ideea de spațiu a geometriei anterioare, eliberînd-o de limitele „euclidiene", a devenit posibilă aplicarea ei directă în construcția ipotezelor fizice despre natura spațiului, intuirea mai adîncă a fenomenelor fizice. Tocmai prin acest salt în abstracție a putut el să anticipeze genial principiile fundamentale ale teoriei relativității și mecanicii cuantice. Pe această bază se putea explica mai adînc corelația dintre fizică și matematică. Generalizînd o serie de rezultate noi, în care structurile matematice abstracte deveneau instrumente superioare în abordarea problemelor fizicii, Max Born conchidea : „se pare a fi o regulă ca formalismul să preceadă comprehensiunea" [7]. În toate acestea se vădea, în ciuda independenței mari a instrumentelor logico-matematice față de experiență, de realitatea fizică, capacitatea lor ca prin dezvoltări formale să se formuleze ipoteze mai adînci, modele ale unor corelații fundamentale ale fenomenelor fizice. „Sprijinul matematicilor — scrie O. Onicescu — devenea cu atît mai necesar cu cît ele trebuiau să ajute pe cercetător să supleeze prin ipoteze de lucru formele de manifestare ale lumii microstructurilor încă puțin accesibile experimental. Dar, ca să poată fi de ajutor, matematica însăși s-a supus unei transformări adînci, poate mai complete decît aceea a științelor naturii" [8]. Prin această abstractizare crescîndă a matematicii — ca parte constitutivă a fizicii — ce antrena și abstractizarea conceptelor și ipotezelor fizicii, dispărea însă acea legătură „naturală" presupusă de vechile teorii cu realitatea exterioară, corespondența lor directă cu realitatea obiectivă.

Creșterea gradului de abstracție al teoriilor fizice a fost însoțită de alte modificări metodo-

---

[7] M. Born, *La grande synthèse*, în *Louis de Broglie — physicien et penseur*, Paris, 1952, p. 169.

[8] O. Onicescu, *Învățați ai lumii*, București, Editura Albatros, 1976, p. 227—228.

logice : diminuarea sau chiar dispariția intuitivității construcțiilor teoretice, reculul interpretărilor „substanțialiste", care ontologizau nemijlocit aceste construcții ideale, creșterea rolului jucat de trăsăturile formale (consistența, invarianța) în judecarea obiectivității cunoașterii. Toate acestea au generat în fizica modernă criza ontologiei realist-naive și metafizice, problematizarea adîncă a ideii de realitate și de obiect.

Evident, o contribuție decisivă la subminarea reprezentărilor realist-dogmatice asupra existenței au avut-o și descoperirile *experimentale* din această etapă a fizicii (radioactivitatea, electronul etc.), care puneau în discuție universalitatea „atributelor fundamentale" ale substanței (impenetrabilitatea, identitatea masei de repaus etc.), prin care se definea însăși ideea de realitate obiectivă. În plus, prin pătrunderea fizicii în sfera fenomenelor micro- și megacosmosului se evidențiază un alt fapt remarcabil : creșterea valorii tehnicilor experimentale în cunoaștere, instrumentalizarea științei. Un element important al acestei modificări metodologice se referă la rolul deosebit ce se acordă aparatului de măsură în noile condiții ale cercetării ; lui nu i se mai atribuie doar funcția de precizare, de mărire a acuității observării ; în plus, se afirmă rolul lui indispensabil în elaborarea conceptului însuși de „fizic" : posibilitatea de obiectivare se definește în noua fizică și prin raportarea la un sistem determinat de aparate. În cadrul modalității actuale a cunoașterii crearea condițiilor pentru studierea unui anumit fragment al realității, intervenția aparatului în captarea și „construirea" faptului științific impun luarea în considerare a conexiunii obiectului cu mijloacele de detectare a lui.

O legătură remarcabilă se poate stabili între aceste două trăsături ale cunoașterii fizice contemporane : *matematizarea și instrumentalizarea*. După cum observa Jean Piaget, „examinarea procedeelor matematice de interpretare a experienței permite constatarea că pe terenul microscopic există o solidaritate neîntîlnită în alte părți între operațiile matematice utilizate în deducția faptelor și acțiunile care permit punerea în evidență a acestora“ [9]. În mod efectiv „observabilele“ detectate prin acțiunea instrumentală asupra realului se traduc matematic sub forma operatorilor, care prelungesc, simbolizînd-o, acțiunea însăși. Sensul operatorilor nu se rezumă astfel doar la traducerea unei realități, a unei realități pur și simplu exterioare, întrucît ei exprimă în același timp și posibilitatea acțiunilor exercitate asupra realului.

Gradul înalt de matematizare și intervenția neobișnuită a aparatelor de măsură, pe fondul unor descoperiri experimentale remarcabile, au determinat astfel criza concepției clasice asupra realității fizice, necesitatea unui nou concept al realității fizice, a unei noi atitudini epistemologice. Această creștere a valorii mijloacelor logico-matematice și a tehnicilor experimentale în constituirea ipotezelor fizice și a „faptelor“ științifice a atras după sine complicarea statutului subiectului în cunoaștere, creșterea rolului lui activ. Realismul naiv, contemplativist, reducînd subiectul la funcția unei reflectări pasive, se dovedește în aceste condiții o filozofie inadecvată stadiului contemporan al științei. Într-o viziune care corespunde practicii efective a științei, așa cum subliniază filozofia marxistă, obiectul însuși trebuie conceput într-o manieră nouă, nu doar ca realitate în

[9] J. Piaget, *Introduction a l'epistemologie génetique*, Paris, P.U.F., 1951, t. II, p. 250.

sine, străină şi opusă subiectului, ci şi ca „activitate umană sensibilă", ca practică. Construcţia în fizică a unei noi imagini a obiectului care să răspundă acestei exigenţe a presupus însă depăşirea conceptului clasic al realităţii.

În ce constă specificul acestei înţelegeri a realităţii ca obiect al teoriilor ştiinţei, în sensul fizicii clasice? Acest specific ni se relevă în cadrul *concepţiei generale asupra cunoaşterii fizice* specifice fizicii clasice. Trăsăturile principale ale acestei concepţii au fost sistematizate de C. A. Hooker în următorul sistem de teze ontologice şi epistemologice [10]:

(1) Realitatea fizică este divizibilă în elemente conceptual distincte, toate aceste elemente avînd acelaşi statut ontologic.
(2) Toate obiectele complexe sînt formate din ansambluri determinate de elemente fundamentale care reprezintă constituenţii lor.
(3) Elementele fundamentale ale realităţii fizice şi structura lor se pot caracteriza precis şi exhaustiv în cadrul schemei clasice a atributelor fizice (masă, acceleraţie, viteză, formă, poziţie, mărime etc.).
(4) Teoriile fizice corespund sau sînt „imagini" ale lumii, dacă sînt adecvate. În orice teorie fizică adecvată fiecare element relevant de realitate şi orice atribut fizic relevant al acestui element are o contraparte corespunzătoare în teorie.
(5) O teorie completă a unui sistem fizic S în timpul intervalului temporal T este aceea pentru care orice atribut al lui S este de-

[10] C. A. Hooker, *The Nature of Quantum Mechanical Reality; Einstein versus Bohr*, în R. Colodny (ed), *Paradigms and Paradoxes: The Philosophical Challenge of the Quantum Domain*, Pittsburgh, University of Pittsburgh Press, 1972; vezi şi T. Nicola, I. Ceapraz, *Conceptul de realitate obiectivă*, Craiova, Editura Scrisul Românesc, 1976.

terminat în mod precis pentru orice moment de timp t∈T.

(6) Succesiunile temporale de stări ale oricărui sistem S sînt astfel încît orice stare la un moment t a lui S este generată cauzal sau funcțional din starea imediat precedentă a sistemului S și a mediului său fizic.

(7) Teoriile statistice reprezintă comportarea medie a valorilor fizice pentru un mare număr de sisteme fizice distincte, identice în alte privințe, dar ale căror valori particulare precise pentru parametrii respectivi sînt distribuite întîmplător. Fiecare element al unui asemenea ansamblu statistic poate fi, desigur, caracterizat în mod determinat din toate punctele de vedere.

(8) Cunoașterea stării unui sistem fizic se obține prin efectuarea măsurătorilor asupra sistemului. O măsurătoare este un proces fizic obiectiv de interacțiune între sistemul de măsurat și instrumentul de măsură, al cărui rezultat este determinat direct și exclusiv de proprietățile sistemului de investigat. Obiectele și procesele fizice sînt complet independente de condițiile de observare. În procesul cercetării sistemul rămîne neschimbat, independent de condițiile fizice obiective de cunoaștere.

(9) Sistemele fizice există și evoluează independent de prezența observatorului, *qua* observator.

Prin apariția noilor teorii fizice din secolul nostru, și în special a mecanicii cuantice, s-a modificat radical *situația gnoseologică* din fizică, întreg acest ansamblu de principii ontologice și epistemologice trebuind să fie revizuit pentru a putea explica noile aspecte ale cunoașterii fizice. „Lecția epistemologică" a acestei noi revoluții științifice a fost cel mai clar

formulată de Niels Bohr. Ceea ce a adus, după Bohr, teoria cuantică nu este o modificare locală, de detaliu, a acestei concepții gnoseologice și a imaginii despre lume a științei, ci o schimbare generală a *concepției noastre despre realitate*, o revoluție în însești fundamentele științei. Înainte de a analiza aceste idei ale lui Bohr, este necesar să indicăm și cîteva dintre reacțiile inițiale trezite de această evidențiere a eșecului concepției clasice despre realitate.

Un punct de vedere extrem a fost formulat de fizicianul Paul A. M. Dirac. După el problema realității ca obiect al teoriilor fizice nu intră în cercul de probleme care interesează fizica ; ceea ce caută fizicienii este o teorie matematică consistentă care să cuprindă tot ce se poate exprima despre lumea empirică și cu ajutorul căreia să putem face previziuni asupra unor efecte noi. Ce anume reprezintă lumea obiectivă, nu știm și nu ne interesează. O asemenea atitudine pragmatică asupra sensului teoriilor fizice nu este împărtășită însă de mulți cercetători ai naturii.

Un punct de vedere și mai radical l-au susținut pozitiviștii (P. Jordan, Ph. Franck, A. March). În ultima vreme o asemenea atitudine pozitivistă a fost formulată de fizicianul Eugene P. Wigner [11]. După el, principiul empirismului pozitivist trebuie luat în sensul lui strict : din teoria cuantică trebuie excluse toate acele mărimi care nu pot fi determinate experimental. Ca urmare, mecanica cuantică nu reprezintă decît o teorie care leagă rezultatele unor măsurători succesive. Din această perspectivă, declară Wigner, pare evident că „vechiul concept al realității este depășit" ; este greu de în-

[11] E. P. Wigner, *Two Kinds of Reality*, în E. P. Wigner, *Symmetries and Reflections*, Bloomington, Indiana Univ. Press, 1967.

țeles cum s-ar putea defini operațional realitatea obiectivă. Ceea ce există în mod sigur sînt „propriile mele gînduri, impresiile și percepțiile mele"; ele formează primul gen de realitate, avînd o certitudine absolută. „Existența oricăror altor entități este inferată numai pe baza acestor impresii și percepții"; ele pot fi considerate ca reale „atîta vreme cît ele sînt folositoare".

După cum scria Max Born, pozitivismul „pornește de la presupunerea că singurele afirmații evidente în mod nemijlocit descriu percepții senzoriale directe. Toate celelalte afirmații ar fi construcții teoretice indirecte, care servesc la descrierea pe cît de scurt posibil a conexiunilor și relațiilor dintre aceste experiențe primare. Numai acestora le-ar reveni caracterul de realitate, pe cînd afirmațiile secundare indirecte nu ar corespunde la nimic real și nu ar avea nimic de-a face cu problema existenței lumii exterioare. Ele ar fi doar convenții artificiale, inventate pentru ordonarea economică și simplificarea fluxului de percepții senzoriale care ne inundă". Această atitudine — consideră Born — „nu-și găsește în nici un caz justificarea în științele naturii și nimeni nu poate dovedi caracterul ei corect cu ajutorul unor metode științifice" [12].

Un alt punct de vedere filozofic asupra realității l-a reprezentat *operaționalismul* (H. Dingler, P. W. Bridgman, H. Dingle) — o filozofie a științei de nuanță pozitivistă extrem de influentă în rîndul oamenilor de știință. El reduce realitatea fizică și atributele ei la metodele și operațiile de măsură; teoria fizică se referă nu la sistemele fizice reale, ci la modul în care omul măsoară proprietățile sistemelor.

Atitudinea pozitivistă — așa cum arătau Einstein și Heisenberg — s-a dovedit fructuoasă

[12] M. Born, *Fizica în concepția generației mele*, București, Editura științifică, 1969, p. 71—72.

numai într-un stadiu *limitat* al construcției noilor teorii, în măsura în care ea i-a determinat pe fizicieni să adopte o poziție critică față de unele principii și concepte tradiționale. Dincolo de acest moment, filozofia pozitivistă devine un obstacol epistemologic grav.

Renunțarea la ideea de realitate fizică cerută de atitudinea pragmatică sau reconsiderarea ei în sensul fenomenismului pozitivist sau a operaționalismului nu au fost acceptate de o serie de mari fizicieni (M. Planck, A. Einstein, E. Schrödinger, M. von Laue), care vedeau în revizuirea idealului clasic al cunoașterii fizice și al realității fizice o părăsire a obiectivității cunoașterii științifice, a postulatului fundamental al gîndirii științifice în general : existența unei lumi obiective, independentă de subiectul cunoscător. Pe de altă parte, părăsirea de către fizica contemporană a realismului naiv, a concepției unei realități fizice — obiect al teoriilor fizice — „dată", determinată prin calități primare, opusă subiectului și neafectată de construcțiile lui, apărea acestor fizicieni ca o abandonare a realismului în general. Tocmai de aceea ei nu au acceptat nici modul cu totul nou în care Niels Bohr a propus reformularea ideii de realitate fizică, în contextul unei noi viziuni gnoseologice. Polemica epistemologică în jurul interpretării teoriei cuantice dintre Einstein și Bohr a avut, de aceea, în centrul ei ideea de realitate fizică.

2. **Realitatea obiectivă și realitatea fizică**

Pentru a putea aprecia corect sensul acestei mari dezbateri filozofice din teoria contemporană a științei va trebui să distingem între două concepte, respectiv, două probleme : conceptul de *realitate obiectivă*, concept general fi-

lozofic, care fixează o atitudine generală asupra existenței, și conceptul de *realitate fizică*, concept metodologic specific. Ultimul concept este cel implicat în cadrul polemicii Bohr-Einstein, și el a constituit obiectul unor reconstrucții ulterioare. Criza ideii de realitate declanșată de revoluția științei contemporane vizează în mod direct acest concept specific.

Ideea de „realitate fizică" apare în operele lui Einstein, Bohr, Heisenberg, Born, Schrödinger, Planck ș.a. fără însă a fi determinată în mod explicit. De asemenea, în expunerile curente ale concepției acestor savanți asupra problemelor metodologice ale fizicii ea nu se distinge de conceptul general al realității obiective, sau de postulatul filozofic al realității lumii externe. Acest nivel intuitiv la care rămîne conceptul realității fizice, identificarea „realității fizice" cu „lumea externă", conduce însă la interpretări greșite ale pozițiilor filozofice ale acestor creatori ai marilor teorii fizice contemporane. Pentru a evita asemenea dificultăți este necesar să se reconstruiască cît mai exact sensul ideii de realitate fizică — așa cum a fost ea folosită în operele fizicienilor amintiți — să se distingă conceptele și problemele implicate.

Realitatea fizică reprezintă un *concept metodologic* nou, specific filozofiei contemporane a științei, deosebit de conceptul general al realității obiective. Prin realitatea fizică Einstein, Bohr, Heisenberg ș.a. înțeleg *realitatea determinată din punctul de vedere al teoriilor științifice*, realitatea ca obiect al teoriilor fizice, acel sistem de referenți ai teoriilor fizice. Realitatea fizică apare, deci, în analiza metodologică a relației teoriei fizice cu obiectul ei, nu în analiza relației subiectului cu lumea în general.

Distincția *realitate obiectivă—realitate fizică* reprezintă astfel un caz particular al deosebirii dintre *existență* și *obiectul cunoașterii*,

despre care Marx și Engels spuneau că a impus-o intrarea științelor în stadiul lor teoretic. Fizica clasică mai putea însă să gîndească realitatea obiectivă ca realitate fizică. Dacă în cadrul ei se folosea conceptul de realitate fizică, prin el nu se înțelegea nimic altceva în afara recunoașterii realității obiective a lumii fizice, autonomia și necesitatea dezvoltării ei.[13] Dar marile transformări conceptuale prin care a trecut apoi această știință, îndepărtarea ei de realitatea empirică, instrumentalizarea și matematizarea ei superioară au pus în discuție caracterul legăturii teoriilor ei cu realitatea, corespondența lor directă cu obiectul. Acum conceptul de realitate fizică capătă un profil propriu și devine fundamental în discuțiile cu caracter filozofic din teoria relativității și mecanica cuantică.

Realitatea fizică s-a detașat astfel ca idee separată de ideea generală de realitate obiectivă de-abia în fizica secolului nostru, odată cu problematizarea relației teoriilor fizice cu obiectul lor. Acest nou concept al filozofiei științei apare pe prim plan și este implicat în două tipuri de probleme privind relația teoriilor fizice cu obiectul lor. Ele cer răspuns la două întrebări : (I) cum trebuie regîndită ideea de realitate — ca obiect al științei — pentru a putea fi pusă de acord cu specificul noilor condiții ale cunoașterii teoretice (gradul extrem de înalt de abstracție, rolul nou al matematizării, neintuitivitatea constructelor teoretice, rolul esențial jucat de probabilitate în determinarea ideii de stare fizică, influența condițiilor de măsurare și observare în elaborarea faptelor experi-

[13] M. A. Omelianovski, *O fiziceskoi realinosti*, în „Voprosî filosofii nr. 10/1971 ; V. V. Bajan, P. S. Dișlevii, V. S. Lukianeț, *Dialekticeskii materializm i problema realinosti v sovremennoi fizika*, Naukova Dumka, Kiev, 1974.

mentale, în general, rolul activ al subiectului în cunoaștere) ? ; în ce sens trebuie deci să se generalizeze conceptul de realitate fizică pentru a putea desemna obiectul din perspectiva noilor teorii fizice ? (Max Born formula astfel această problemă : „Ce fel de realitate este aceea care constituie obiectul cercetării științelor naturii ?" ; „Ce reprezintă acea realitate pentru descrierea căreia am inventat teoria noastră" ; la aceste întrebări „răspunsul nu mai ține de fizică, ci de filozofie" [14]) ; (II) cum se va regăsi „calea inversă" de la teorie la realitatea fizică, cum se pot identifica acum referenții obiectivi ai constructelor teoretice, ce criterii de realitate explicite se pot invoca în construcția semnificației obiective, a referinței obiective a formalismelor logico-matematice ale teoriilor fizice ?

În legătură cu realitatea fizică apar însă și alte întrebări : noile teorii fizice ne dau o descriere completă a realității fizice ? ; ce criterii satisfac descrierile complete ale realității fizice ? Tot acest complex de întrebări de natură semantică, metodologică, epistemologică și ontologică formează problema *filozofică* a realității fizice. Ea este astfel deosebită de problema *fizică :* care este structura, ce proprietăți are realitatea fizică ; această întrebare cere răspuns în cadrul teoriilor fizice, prin construcția diferitelor reprezentări sau modele teoretice [15].

În cadrul acestui capitol vom discuta mai întîi modalitățile de reconstrucție a „realității fizice" ca domeniu de referință al teoriilor fizice, iar apoi vom analiza separat diferitele criterii de realitate propuse în metodologia actuală a fizicii.

[14] M. Born, *op. cit.*, p. 34, 231.

[15] Despre unele elaborări recente în această direcție vezi : Ch. P. Enz, J. Mehra (eds), ***Physical Reality and Mathematical Description***, Reidel, Dordrecht-Holland, 1974.

3. „Conflictul epistemologic Bohr-Einstein" și problema realității fizice

După cum sublinia adesea M. Born, specificul adus în filozofia științei de mecanica cuantică nu constă în primul rînd în restrîngerea domeniului de aplicabilitate a determinismului laplaceean, ci în revizuirea conceptului de realitate fizică. Această revizuire face parte din noua modalitate de înțelegere a cunoașterii fizice pe care a formulat-o Niels Bohr și pe care el însuși a denumit-o „punctul de vedere al complementarității" sau „modul de descriere complementar". Ideea complementarității reprezintă rezultatul încercărilor lui Bohr de a interpreta fizic și filozofic coerent formalismul mecanicii cuantice. Ea nu reprezintă un principiu fizic particular sau un singur aspect metodologic al noii teorii, ci o adevărată viziune epistemologică și gnoseologică asupra noii situații a cunoașterii din mecanica cuantică. Bohr înțelegea prin complementaritate un ansamblu coerent de idei metodologice care definesc „stilul" nou al fizicii cuantice, determinat de „abaterea de la principiile obișnuite ale filozofiei naturii, ...care caracterizează noua etapă a dezvoltării fizicii inițiată încă din primul an al acestui secol prin descoperirea cuantei universale de acțiune de către Planck" [16]. Conținutul ideii complementarității ar putea fi formulat, după Bohr [17], prin următoarele postulate metodologice :

(1) Primul postulat afirmă necesitatea, inevitabilitatea conceptelor clasice în teoria cuantică pentru interpretarea fizică a formalismu-

---

[16] N. Bohr, *Fizica atomică și cunoașterea umană*, București, Editura științifică 1969, p. 47.

[17] N. Bohr, *Convorbiri cu Einstein asupra problemelor epistemologice din fizica atomică*, în *Fizica atomică și cunoașterea umană*, p. 55—58.

lui matematic, pentru exprimarea şi comunicarea rezultatelor experimentării. „Oricît de mult ar transcende fenomenele cadrul explicativ al fizicii clasice — scrie Bohr — redarea oricărei experienţe trebuie exprimată în termeni clasici“ (p. 56).

(2) Al doilea postulat al complementarităţii, „postulatul cuantic“ exprimă necesitatea modificării structurale a teoriei ştiinţifice ca urmare a introducerii constantei universale a acţiunii (constanta h a lui Planck); după cum arăta Bohr, acceptarea acestei constante universale implică modificarea profundă a tuturor nivelurilor teoriei fizice (formalismul matematic, interpretarea fizică, structura logică, ipotezele ontologice).

Asertarea simultană a celor două postulate creează o situaţie paradoxală: teoria cuantică aduce o limitare esenţială aplicării conceptelor clasice la fenomenele atomice; în acelaşi timp însă, interpretarea noii experienţe se bazează esenţial pe folosirea conceptelor clasice. Conceptul complementarităţii a fost introdus de Bohr tocmai pentru a depăşi această situaţie, pentru a „reinstaura ordinea logică“ în corpul teoriei şi al principiilor ei metodologice. Toate celelalte idei ale concepţiei complementarităţii, derivînd din acceptarea celor două postulate fundamentale, au tocmai intenţia rezolvării acestei situaţii paradoxale; ele exprimă necesitatea unor modificări metodologice fundamentale. Pe scurt, acestea sînt următoarele:

(3) Necesitatea utilizării complementare a schemelor, idealizărilor clasice pentru redarea exhaustivă a informaţiei despre procesele cuantice („datele obţinute în diferite condiţii experimentale nu pot fi înţelese în cadrul unei singure reprezentări. Ele trebuie considerate complementare în sensul că numai totalitatea fenomenelor permite epuizarea informaţiei posibile despre obiecte“ p. 56)

(4) „Orice observare a fenomenelor atrage o interacțiune finită cu instrumentul de observat" ; aceasta determină o schimbare a relației elementelor modului clasic de cercetare a fenomenelor (observarea și măsurarea) și imposibilitatea separării descrierii obiectului „în sine" de descrierea obiectului „controlat" (supus măsurării).

(5) Aparatului de măsură nu i se mai atribuie doar funcția de precizie, rolul său, al condițiilor experimentale în general, devine fundamental în înțelegerea și interpretarea realității.

(6) Caracterul esențial, ireductibil al probabilității în descrierea microfenomenelor („recurgerea la legile probabiliste are un scop esențial diferit de cel obișnuit de aplicare a considerațiilor statistice, în care acestea constituie doar mijloace practice de explicare a proprietăților sistemelor mecanice de mare complexitate structurală ; în mecanica cuantică avem de-a face cu incapacitatea sistemului clasic de noțiuni de a descrie trăsătura specifică de indivizibilitate, sau de «individualitate» care caracterizează procesele elementare" — p. 49).

Tuturor acestor teze filozofice li se adaugă necesitatea adoptării unor noi criterii de completitudine (în special prin renunțarea la „idealul clasic de cauzalitate"), în acord cu această „generalizare rațională" a idealului clasic al cunoașterii pe care o aduce ideea complementarității.

În acest context epistemologic un element fundamental îl constituie necesitatea „revizuirii radicale a atitudinii noastre față de problema realității fizice" (p. 80). În ce constă, de fapt, acest nou concept al realității fizice propus de N. Bohr ? În ce sens trebuie „generalizată rațional" ideea de realitate fizică proprie științei

clasice ? Trebuie să remarcăm de la început că majoritatea afirmațiilor lui Bohr au în această privință un sens mai ales „negativ" : prin ele ne este indicată necesitatea „renunțării la semnificația absolută a atributelor fizice obișnuite ale obiectelor". Conținutul „pozitiv" al noului concept este exprimat de Bohr astfel : „Totuși, chiar și în această etapă este esențială problema *influențării condițiilor înseși care definesc tipurile posibile de previziuni legate de comportarea viitoare a sistemului.* Aceste condiții constituie un element propriu din descrierea oricărui fenomen căruia i se poate atribui în mod convenabil termenul de «realitate fizică»" (p. 81). Aplicarea consistentă a formalismului cuantic la descrierea realității fizice nu permite separarea informației cu privire la sistemul luat în sine de aceea care se referă la sistem plus condițiile lui de observație.

Astfel pusă problema, ea a trezit numeroase obiecții din partea unor mari fizicieni. Principala acuzație formulată la adresa interpretării lui Bohr este aceea că noua teorie nu mai este compatibilă cu reprezentarea unei *lumi obiective,* existente independent de observator. Aceasta este, pe scurt, obiecția fundamentală adusă de Einstein interpretării date de Bohr mecanicii cuantice. Este oare îndreptățită această atitudine ? Pentru a putea răspunde la o asemenea întrebare să urmărim mai îndeaproape critica pe care o formulează Einstein.

De la început se impun cîteva observații. În primul rînd trebuie semnalat faptul că obiecțiile lui Einstein la adresa mecanicii cuantice nu sînt de natură tehnică ci conceptuală. El apreciază în multe privințe teoria cuantică : „aceasta este actualmente singura teorie care permite o înțelegere unitară a experiențelor referitoare la caracterul cuantic al evenimentelor

micro-mecanice“ [18] ; mai mult, „ea este teoria cea mai plină de succes a perioadei noastre“ ; de asemenea, Einstein apreciază consistența formalismului ei matematic. Ceea ce îi reproșează însă este interpretarea ei *fizică* și *filozofică*. Critica teoriei cuantice a fost cel mai clar formulată de Einstein într-un articol scris împreună cu B. Podolsky și N. Rosen, intitulat : „Poate fi considerată completă descrierea realității fizice dată de mecanica cuantică ?“ (1935). Punctul de plecare al poziției lor îl formează teza : „orice analiză serioasă a unei teorii fizice trebuie să țină seama de distincția dintre realitatea obiectivă, care este independentă de orice teorie, și conceptele fizice cu care operează teoria. Aceste concepte sînt înțelese să corespundă cu realitatea obiectivă, iar cu ajutorul lor noi ne reprezentăm această realitate“. Pentru ca o teorie să reprezinte o formulare adecvată a legilor generale ale realității obiective, ea „trebuie să cuprindă toate elementele conceptuale necesare pentru o descriere completă“. Pentru a fi satisfăcătoare, o descriere teoretică a realității fizice trebuie deci, după Einstein, să satisfacă exigența completitudinii. În ce constă aceasta ? „Fiecărei teorii complete — scriu autorii — după cum ni se pare, este necesar să-i cerem următoarele : *orice element al realității fizice trebuie să aibă un corespondent în teoria fizică*“. Cum putem însă decide dacă o teorie satisface sau nu acest *criteriu* de completitudine ? „Elementele realității fizice nu pot fi determinate prin considerații filozofice *a priori* ; ele trebuie să fie găsite pe baza rezultatelor experimentelor și măsurătorilor“. Pentru scopurile pe care le au în vedere

[18] A. Einstein, *Autobiographical Notes*, în P. A. Schilpp (ed), *Albert Einstein : Philosopher-Scientist*, New York, Tudor Pb. Co, 1951 (ed. 4, 1957), p. 81.

autorii nu e necesară o definiție completă a realității. Este necesar însă un *criteriu* metodologic pe baza căruia să putem atribui realitate unor elemente ale teoriei. Autorii consideră ca fiind „rațional" următorul criteriu : *„Dacă, fără a perturba în vreun fel un sistem putem prevedea cu certitudine (adică cu o probabilitate egală cu unitatea) valoarea unei mărimi fizice, atunci există un element de realitate fizică care corespunde acestei mărimi fizice"*. Considerat „nu ca o condiție necesară de realitate, ci doar ca una suficientă, acest criteriu — cred autorii — este în acord cu ideea clasică și cu cea cuantică asupra realității". Aplicînd aceste criterii mecanicii cuantice, deoarece conform relațiilor de nedeterminare, în cazul operatorilor necomutativi nu putem determina simultan cu certitudine valorile mărimilor asociate lor, autorii conchid asupra „incompletitudinii conceptuale" a acestei teorii fizice. Mai mult, autorii arată — analizînd un experiment ideal — că dacă s-ar admite caracterul complet al descrierii cuantice atunci s-ar ajunge inevitabil la contradicții. Acest celebru experiment este reluat și în *Autobiografia* sa intelectuală (1951) de către Einstein. Să considerăm un sistem S care la timpul t al efectuării observării constă din două sisteme parțiale S_1 și S_2 care în tot acest timp sînt separate spațial (în sensul fizicii clasice) și nu se află în interacțiune. Ele s-au aflat în interacțiune într-un interval de timp anterior. Sistemul total va fi descris complet prin funcția Ψ cunoscută, Ψ_{12}. Toți fizicienii sînt de acord cu următoarele : dacă efectuăm o măsurare completă a lui S_1 obținem din ea și din Ψ_{12} o funcție precis determinată Ψ_2 a sistemului S_2. Caracterul lui Ψ_2 depinde de tipul de măsurare pe care o vom realiza asupra lui S_1. Putem deci — spune Einstein — să vorbim pe această bază asupra situației fac-

tuale reale a sistemului S_2. Despre ea cunoaştem ceea ce ne spune funcţia Ψ. Dar un lucru va trebui considerat absolut sigur : *situaţia reală a sistemului S_2 este independentă de ceea ce se face cu sistemul S_1, care este separat spaţial de S_2*. Conform tipului de măsurare pe care o facem asupra lui S_1, vom obţine Ψ_2 diferite pentru S_2. Totuşi, situaţia reală a lui S_2 trebuie să fie independentă de ce se petrece cu S_1. Pentru aceeaşi situaţie reală a lui S_2 este astfel posibil să se găsească, după alegerea observatorului, tipuri diferite de funcţii Ψ. „Putem scăpa de această concluzie numai dacă, fie se admite faptul că măsurarea lui S_1 schimbă — telepatic — situaţia lui S_2, fie prin negarea stărilor reale independente ale unor asemenea lucruri care se află spaţial separate unul de altul. Ambele alternative îmi par a fi complet inacceptabile". Pe această bază trebuie să se părăsească ideea că funcţia Ψ oferă o descriere completă a situaţiei factuale reale, deoarece altfel nu se poate pune în corespondenţă o situaţie factuală identică a lui S_2 cu două tipuri diferite de funcţii Ψ. „Caracterul statistic al teoriei actuale va reprezenta atunci o consecinţă necesară a incompletitudinii descrierii sistemelor în mecanica cuantică, şi de aceea nu va mai exista nici un temei pentru supoziţia că baza viitoare a fizicii va fi constituită de statistică" [19]. Teoria cuantică nu oferă astfel „un punct de plecare util pentru evoluţia viitoare".

La fel de puţin satisfăcut este Einstein de interpretarea *filozofică* a noii situaţii din fizică pe care a propus-o Bohr prin conceptul complementarităţii. În afară de vaguitatea acestei idei, Einstein reproşează punctului de vedere al complementarităţii un lucru esenţial : în ca-

[19] A. Einstein, *op. cit.*, p. 85—87.

drul ei „descrierea teoretică devine dependentă direct de actele aserțiunilor empirice". După Einstein, propozițiilor asupra măsurătorilor fizice nu li se poate atribui o poziție de excepție față de restul elementelor descrierii realității fizice.

Așa cum s-a apreciat adesea, această mare polemică filozofică din fizica contemporană — una dintre cele mai mari după disputa dintre Newton și Leibniz — nu punea în discuție aspectele tehnice speciale ale mecanicii cuantice. Erau în joc înseși „fundamentele teoretice ale fizicii viitoare" [20], cursul viitor al fizicii teoretice, al cercetărilor fundamentale. În ea erau implicate atitudini filozofice fundamentale privind concepția asupra realității fizice corespunzătoare noilor teorii fizice, asupra rolului teoriilor în descrierea naturii. S-au înfruntat astfel două *programe de cercetare fundamentală* și două *filozofii* ale cunoașterii și ale naturii. În marea majoritate a studiilor retrospective se apreciază că a învins programul lui Bohr. Bohr a reușit nu numai să respingă obiecțiile lui Einstein, ci și să formuleze o analiză epistemologică detaliată a condițiilor și specificului cunoașterii în noua situație a fizicii, analiză care a deschis întregii teorii a științei noi perspective, noi direcții de conceptualizare.

Argumentelor formulate de Einstein li s-au adus următoarele obiecții. Primele dintre acestea se referă la poziția generală a lui Einstein în problema realității fizice, iar o altă serie privesc nemijlocit semnificația experimentului Einstein-Podolsky-Rosen (care a stat la baza formulării „paradoxului Einstein-Podolsky-Rosen"). În primul rînd s-a subliniat identificarea în opera lui Einstein a conceptului de realitate fizică cu conceptul general-filozofic de reali-

[20] A. Einstein, *op. cit.*, p. 81.

tate obiectivă. Numai pe baza acestei identificări putea fi acuzată „interpretarea de la Copenhaga" a teoriei cuantice de faptul că ea ar pune în discuție postulatul existenței unei lumi obiective, independente de observator, precum și distincția fundamentală dintre obiect și subiect. Astfel, în *Autobiographical Notes*, Einstein scrie : „Fizica constituie o încercare de a cuprinde conceptual realitatea așa cum este ea gîndită ca independentă de observarea ei. În acest sens se vorbește despre «realitatea fizică». În fizica pre-cuantică nu exista nici o îndoială asupra modului în care aceasta trebuia înțeleasă" [21]. Sau, în *Mein Weltbild* : „Credința într-o lume exterioară independentă de subiectul care o percepe stă la baza tuturor științelor naturii. Întrucît percepțiile senzoriale nu ne oferă decît o informație indirectă asupra lumii exterioare, adică asupra «realului fizic» *(Physikalisch-Realen)*, acesta nu poate fi conceput de noi decît pe o cale speculativă" [22]. Această identificare a „realității fizice" cu „realitatea obiectivă" îl aduce pe Einstein pe pozițiile *idealului clasic* al realității fizice. „Generația din care fac parte Einstein, Bohr, și căreia îi aparțin și eu — scrie Max Born — a fost învățată că există o lume fizică obiectivă, care se dezvoltă în conformitate cu legi imuabile, independente de noi. Noi urmărim această desfășurare a evenimentelor, la fel cum urmărește publicul dintr-un teatru desfășurarea unei piese. Einstein nu renunță la ideea că aceasta trebuie să fie relația dintre observatorul științific și obiectul său" [23]. Einstein însuși afirmă : „Dacă ne întrebăm ce anume este ca-

[21] *Idem.*
[22] A. Einstein, *Mein Weltbild*, Querido Verlag, Amsterdam, 1934, p. 218.
[23] M. Born, *Fizica în concepția generației mele*, p. 142.

racteristic lumii ideilor fizice, independent de teoria cuantică, atunci înainte de toate sar în ochi următoarele : noțiunile fizicii se raportează la lumea exterioară reală, adică ele presupun ideile asupra lucrurilor care au o «existență reală» independentă de subiectele care percep“ [24].

Tocmai această identificare, proprie fizicii clasice, a „realității fizice“ cu „lumea exterioară“ este pusă în discuție de N. Bohr, pe temeiul noilor trăsături ale cunoașterii microcosmosului. După cum au arătat Bohr, Heisenberg și ceilalți creatori ai mecanicii cuantice, critica lui Einstein nu este convingătoare. Mecanica cuantică, ca și alte teorii fizice s-a construit tot pe baza recunoașterii realității obiective a lumii fizice — postulatul central al materialismului în filozofia fizicii. Interpretarea mecanicii cuantice potrivit concepției complementarității, scrie Bohr, în nici un caz nu presupune „vreo îndepărtare de la poziția noastră de observatori obiectivi ai naturii, ci ea trebuie privită ca o expresie logică a situației noastre referitoare la descrierea obiectivă în acest domeniu de experiență“ [25]. W. Heisenberg consideră, de asemenea, că teoria cuantică nu conține nici un fel de „trăsături subiective“, ea „nu consideră absolut de loc conștiința fizicianului ca parte a evenimentelor atomare“ [26]. Iar Max Born afirmă în mod mult mai general : „toate revoluțiile care s-au petrecut în fizică reprezintă trepte pe calea construirii unei lumi obiective“ [27]. Locul în care se separă însă teoria cuantică de cea clasică și concepția lui Bohr de aceea a lui

[24] A. Einstein, *Sobranie naucinih trudov*, t. IV, Moskwa, 1965, p. 613.
[25] N. Bohr, *op. cit.*, p. 98.
[26] W. Heisenberg, *Physique et philosophie*, A. Michel, Paris, 1961, p. 51—52.
[27] Max Born, *op. cit.*, p. 34.

Einstein este cel referitor la problema condiţiilor necesare pentru o descriere obiectivă a proceselor naturii, problema metodologică deci a modului în care noi realizăm în interacţiunea subiect-obiect condiţiile necesare obiectivării conceptelor teoretice, construcţiilor logico-matematice. Dacă în mecanica clasică aceste condiţii nu aveau nici un rol în obiectivarea conceptelor fizice, în mecanica cuantică rolul lor nou, intervenţia lor decisivă trebuie să ne facă „să recunoaştem că cerinţele unei descrieri obiective se realizează pe o cale complementară caracteristică“ [28]. Ca urmare, realitatea fizică, ca totalitate a referenţilor obectivi ai teoriei, nu mai poate fi identificată cu simpla existenţă exterioară. Determinarea ei presupune integrarea obligatorie a ansamblului condiţiilor necesare realizării unei descrieri obiective a fenomenelor. „Această excludere reciprocă a condiţiilor experimentale, cere să se ţină seama de totalitatea dispozitivului experimental pentru a descrie corect fenomenul“, de faptul că „toate interacţiunile dintre aparatele de măsură şi obiectele atomice, implicate de cuanta de acţiune, fac parte indisolubilă din fenomene“ [29]. În acest caz, în concordanţă cu formalismul mecanicii cuantice, nu mai puteau atribui simultan obiectelor proprietăţi care presupun condiţii care se exclud reciproc. De aceea, „imposibilitatea subdividerii efectelor cuantice individuale şi a separării comportării obiectelor de interacţiunea lor cu instrumentele de măsură ce servesc la definirea condiţiilor în care apar fenomenele implică o ambiguitate în asertarea atributelor convenţionale obiectelor atomice, care necesită o reconsiderare a atitudinii noastre asupra problemei explicaţiei fi-

[28] N. Bohr. *op. cit.*, p. 101.
[29] *Ibidem*, p. 116—117.

zice“ [30]. Referirea la condițiile de experimentare, necesară pentru definirea realității fizice la care se referă conceptele cuantice, nu implică, așadar, după Bohr, „o referire la un observator subiectiv, referire incompatibilă cu descrierea științifică obiectivă“ [31].

Este adevărat însă că Einstein folosește conceptul de „realitate fizică“ și într-un alt sens : prin acest termen el desemnează uneori fragmente ale lumii exterioare existente în mod obiectiv sau atribute ale lor studiate de fizician, acele obiecte fizice ireductibile. Astfel, în calitate de „realitate fizică“ el consideră în cadrul fizicii clasice și relativiste spațiul, substanța și cîmpul. În afară de acesta în opera lui Einstein se întîlnesc și alte sensuri ale ideii de „realitate fizică“ („rezultat al reprezentării adecvate a realității obiective“, „semnificație fizică adevărată — sau obiectivă — a abstracțiilor matematice“ și a mărimilor folosite de „teoria fizică“ ; sau „bază nemijlocită de plecare a teoriilor fizice“). Trebuie semnalat îndeosebi sensul de „interpretare fizică a obiectelor teoriilor fizice în cadrul unei imagini despre lume determinate“. Este însă necesar să subliniem că în cadrul polemicii sale cu Bohr, Einstein a accentuat mai ales primul sens al ideii de „realitate fizică“, acela de „realitate obiectivă independentă de observator“. În acest sens și apare solidaritatea acestei idei cu aceea a descrierii deterministe stricte a lumii și cu exigența completitudinii acestei descrieri prin teoriile fizice.

N. Bohr, inițiind revizuirea radicală a ideii metodologice de realitate, subliniază sensul

---

[30] N. Bohr, *Asupra noțiunilor de cauzalitate și complementaritate*, în *Epistemologie. Orientări contemporane*, București, Editura politică, 1974, p. 378.

[31] N. Bohr, *Fizica atomică și cunoașterea umană*, București, Editura științifică, 1969, p. 118.

acestei revizuiri pe baza unei adînci analogii evidențiate de el între teoria relativității și teoria cuantică : ambele au subliniat necesitatea *relativizării* conceptelor și reprezentărilor noastre fundamentale asupra existenței ; spațiu, timp, simultaneitate, cauzalitate ; alături de acestea se relativizează acum și „elementele realității", reprezentările clasice despre realitatea fizică. Așa cum va arăta Max Born, această relativizare, departe de a semnifica subiectivizarea lor, reprezintă punctul de plecare al unei înțelegeri mai adînci a *obiectivității* lor.

O altă obiecție adusă concepției lui Einstein se referă la dependența criteriului său de realitate de idealul determinismului clasic. Din această cauză H. Margenau îl găsește „prea specific pentru a putea fi folosit în general, înclinînd prea tare în favoarea definirii clasice a stării. Realitatea este conferită mărimilor fizice pe baza predictibilității lor" [32]. La rîndul lui, determinismul clasic este legat de un anumit tip al ecuațiilor matematice ale fizicii, ecuațiile diferențiale parțiale, din care fizica secolului trecut a făcut „expresia naturală a elementelor ultime în fizică" ; pe această bază cîmpul continuu alături de punctul material au apărut în fizica teoretică ca „reprezentanți ai realului fizic" [33]. Așa cum crede însă Einstein, mecanica cuantică deviază de la acest program al lui Maxwell, prin aceea că „mărimile care apar în legile ei nu mai au pretenția de a descrie *realul-fizic însuși*, ci numai probabilitatea de apariție a unor elemente ale lui". Totuși, spune Einstein, „înclin spre ideea că fizicienii nu se vor mulțumi multă vreme cu o asemenea des-

---

[32] H. Margenau, *Einstein's Conception of Reality*, in P. A. Schilpp (ed), *Albert Einstein : Philosopher-Scientist*, p. 263.

[33] A. Einstein, *Mein Weltbild*, p. 211. Vezi și Gr. C. Moisil, *Determinism și înlănțuire*, în *Problema determinismului*, București, 1940.

criere indirectă a realității", că vor reîncerca să realizeze acel program maxwellian: „descrierea realului fizic prin cîmpuri, care satisfac ecuațiile diferențiale parțiale fără singularități". „Eu cred încă în posibilitatea unui model al realității, adică a unei teorii, care să reprezinte lucrurile înseși și nu doar probabilitatea manifestării lor" [34].

Într-adevăr, în cadrul fizicii clasice părea de la sine înțeles faptul că pe baza valorilor mărimilor obținute prin măsurare la un moment dat, mărimi prin care se reprezenta propriu-zis realitatea fizică, se poate, fără a mai face alte operații experimentale de măsurare, să se ofere o reprezentare oricît de exactă a realității, adică să se dea valori determinate acestor mărimi în orice moment viitor. Determinarea probabilist-statistică a valorilor unor mărimi era privită ca un mijloc de reprezentare a realității admis atîta vreme cît nu este posibil să se obțină valorile exacte cu ajutorul instrumentelor date de măsură. Legătura indisolubilă a *determinismului clasic* cu reprezentarea clasică asupra realității fizice, a obiectului fizic și cu idealul completitudinii descrierii realității fizice în teoria fizică a fost evidențiată cu o deosebită claritate de O. Onicescu. „Într-un univers pe care-l presupunem determinist, înlăuntrul căruia numai acele fenomene se pot considera stăpînite de știință, pentru care putem da legea precisă de evoluție, determinismul se reduce schematic la această posibilitate de caracterizare completă a oricărui fenomen, ca obiect al unei măsurători determinate și care poate fi recunoscut ca identic cu el însuși în orice moment ar fi întîlnit în experiență" [35]. Pe această bază O. Onicescu indica necesitatea ca în acord cu noul tip de determinism pus în

[34] *Ibidem*, p. 215, 287.

[35] O. Onicescu, *Determinismul clasic*, în *Problema determinismului*, București, 1940, p. 12.

evidență de mecanica cuantică să se construiască și o nouă „teorie a obiectului științific", care să aducă un nou concept al obiectului și o nouă formă a legilor.

Această necesitate a revizuirii ideii de realitate fizică în legătură cu evidențierea limitării idealizării cuprinse în determinismul clasic, subliniată și de Max Born [36], apare foarte clar în opera lui Bohr, în cadrul concepției sale complementariste. În acest sens în „descrierea complementară a mecanicii cuantice" avem de a face cu o „generalizare consistentă" (rațională) atît a „modului de descriere mecanic-determinist", a „idealului clasic al cauzalității", cît și a ideii clasice de realitate (prin „renunțarea la semnificația absolută a atributelor fizicii obișnuite ale obiectelor" [37]).

Extrem de numeroase dezvoltări logico-matematice, experimentale și filozofice a antrenat experimentul ideal al lui Einstein, Podolsky și Rosen [38] și, legată de aceasta, problema completitudinii teoriei cuantice [39]. Analiza lor a condus la o cercetare mai adîncă a bazelor logice și conceptuale ale teoriei cuantice și ale construcției teoriilor științifice în general.

Încercînd să apreciem retrospectiv semnificația acestei mari polemici filozofice din fizica teoretică contemporană vom sublinia caracterul ei fundamental : ea viza în primul rînd bazele teoretice ale evoluției viitoare a fizicii, programele de cercetare fundamentală pe care va trebui să le urmeze fizica. În al doilea rînd, ea confrunta două „stiluri de teoretizare", două moduri generale de a concepe cunoașterea științifică, construcția și semnificația teoriilor ei,

---

[36] M. Born, *op. cit.*, p. 210, 227—229.
[37] N. Bohr, *op. cit.*, p. 86, 98.
[38] Pentru aceasta vezi C. A. Hooker, *op. cit.*
[39] Despre stadiul actual al acestei probleme vezi : P. Suppes (ed), *Logic and Probality în Quantum Mechanics*, Reidel, Dordrecht, 1976.

raportul lor cu realitatea. Deşi la nivelul programelor de cercetare efectivă epoca următoare l-a urmat pe Bohr, aceasta nu poate reprezenta un semn al victoriei „definitive" a lui Bohr. După cum spunea Margenau, cele două programe sau căi propuse de Bohr şi Einstein în fizica teoretică se vor întîlni probabil într-o sinteză viitoare, aflată însă „dincolo de orizontul nostru actual". Şi în filozofia fizicii elaborările cele mai numeroase şi mai influente au fost „în linia lui Bohr". Ideea de realitate fizică a fost elaborată mai departe în acest sens de W. Heisenberg, W. Pauli, H. Margenau, J. von Neumann, C. F. von Weizsäcker, L. Landau, M. Strauss, H. Reichenbach, V. A. Fock, J. M. Jauch [40] ş.a. În continuare ne vom opri asupra unor reconstrucţii a ideii de realitate fizică, reconstrucţii care au avut o semnificaţie mai generală, depăşind limitele filozofiei fizicii. În finalul capitolului vom reveni asupra unor reelaborări recente ale problemei realităţii fizice în „direcţia lui Einstein".

4. Realitate şi potenţialitate

O interpretare originală a problemei realităţii fizice în mecanica cuantică a fost formulată de Werner Heisenberg şi reelaborată de fizicianul sovietic V. A. Fock [41]. Evoluţia ideilor lui Heisenberg pe tema realităţii fizice ne dezvăluie pregnant un anume mod de a pune problemele, comun lui Bohr şi Heisenberg :

---

[40] Vezi : W. Pauli, *Phänomen und physikalische Realität*, *Dialectica*, 11 (1957), 36—48 ; H. Margenau, *The Nature of Physical Reality*, New York, Mc Graw — Hill, 1950 ; J. von Neumann, *Mathematical Foundations of Quantum Mechanics*, Princeton Univ. Press, 1955 ; J. M. Jauch ; *Are Quanta Real ?* Bloomington, Indiana Univ. Press, 1973.

[41] V. A. Fock, *Kvantovaia fizika i filosofskie problemi*, în *„Voprosi filozofii"* nr. 3/1971.

abordarea temei realității fizice se înscrie într-o perspectivă metodologică mai largă, în care ea apare într-o corelație intimă cu problemele determinismului, consistenței și completitudinii teoretice, raportului dintre teorii și realitate. Heisenberg se întreabă asupra condițiilor cunoașterii din fizica modernă, asupra modului în care se ajunge în cadrul ei la formularea propozițiilor despre realitate. Concepția lui Heisenberg asupra realității fizice a evoluat treptat de la o interpretare în care accentul cădea pe ruptura față de idealul clasic de realitate, însoțită adesea de formulări ambigue („Reprezentarea realității care stă la baza mecanicii newtoniene era prea îngustă și ea trebuia înlocuită prin ceva mai general" ; „Concepția unei realități obiective s-a evaporat... în claritatea transparentă a unei matematici care nu mai reprezintă comportarea particulelor, ci mai degrabă cunoașterea noastră asupra acestei comportări" [42]), la formularea unor răspunsuri pozitive, a unei soluții constructive cu o mare putere euristică și de generalitate. Noul concept introdus de Heisenberg pentru explicarea realității fizice, în acord cu noua experiență științifică din fizica atomică, acela de *potențialitate*, reprezintă, pe de o parte, expresia unei generalizări a ideii de realitate — în sensul eliberării ei de determinările clasice și de cerința intuitivității —, pe de altă parte, o încercare de a răspunde la problema obiectivării, a condițiilor în care se poate atribui semnificație fizică obiectelor teoriei. După cum se știe, în fizica atomică obiectivarea nu mai reprezintă un proces simplu de extindere asupra obiectelor cercetării a unor atribute și relații scoase din experiența macroscopică, ea punînd în evidență în mod fundamental rolul activ al subiectului în acest pro-

[42] W. Heisenberg, *Wandlungen in den Grundlagen der Naturwissenschaften*, Leipzig, 1935, p. 80.

ces. La întrebarea „cum ajungem noi la o descriere obiectivă a lumii și, în particular, a lumii atomice" — arată Heisenberg — nu mai putem să dăm astăzi un răspuns plecînd de la credința caracteristică științei clasice, care întemeia ideea sa generală de cunoaștere obiectivă, că „am putea să descriem lumea, în întregime sau parțial, fără a interveni de loc noi înșine asupra ei" [43]. După Heisenberg, părăsirea acestui ideal este o consecință a modului în care are loc în mecanica cuantică interpretarea teoretică a experienței. Conform teoriei cuantice, în obiectivarea *constructelor teoretice* nu se mai poate face abstracție de *condițiile empirice* care permit extrapolarea „atributelor" realității asupra obiectelor cunoașterii. În aprecierea reprezentărilor asupra realității trebuie să se țină seama de condițiile cunoașterii în care acestea au fost obținute. *Realitatea fizică* trebuie să fie în general concepută la nivel teoretic mai întîi ca *posibilitate,* ca posibilitate de a poseda anumite caracteristici, de a se manifesta într-un fel sau altul. Ecuația de mișcare în teoria cuantică nu ne descrie un anumit fenomen sau obiect individual, ci un ansamblu de fenomene posibile ; selectarea fenomenului care s-a petrecut în realitate dintre cele posibile se realizează în interacțiunea obiectului cu aparatul de măsură. În acel moment, după Heisenberg, are loc trecerea de la „posibil" la „faptic" (real). În afara acestor condiții teoria ne descrie „posibilitatea de a exista" sau „tendința de a exista". *Realitatea obiectivă* este înțeleasă de Heisenberg ca o „calitate" descrisă în termenii clasici ai geometriei și cinematicii. Posibilitatea de obiectivare este concepută astfel ca posibilitate de acordare a unor „atribute fizice obișnuite" (clasice) fenomenelor. În fața imposibilității de a le conferi în mod absolut, „în

[43] W. Heisenberg, *Physique et philosophie,* A. Michel, Paris, 1971, p. 51.

cazul fenomenelor în care nu pot fi făcute distincţii nete între comportarea obiectelor înseşi şi interacţiunea lor cu instrumentele de măsură", fenomenele trebuie gîndite în termenii mai generali ai „posibilităţii" sau „tendinţei spre existenţă". Aplicarea atributelor convenţionale este legată de actul observaţiei, al interacţiunii experimentale cu microobiectul, act care permite „legarea într-o manieră coerentă a formalismului matematic al teoriei cuantice cu evenimentele reale în spaţiu şi timp" [44].

Revizuirea pe care Bohr o cerea ideii de realitate fizică ar consta, după Heisenberg, într-o generalizare a ei consistentă cu formalismul matematic al teoriei cuantice şi cu condiţiile aplicării lui la experienţă. Noi nu ne mai putem întreba ce se petrece cu microobiectul „în realitate" în cursul unui fenomen atomic între două observaţii succesive ; în afara observaţiei, microobiectul nu poate fi descris clasic, comportamentul său nu poate fi reprezentat în termeni clasici. De aceea, ca referent al teoriei, el trebuie conceput ca un ansamblu de posibilităţi. Numai în momentul intervenţiei instrumentului, moment reprezentat în formalism prin „reducerea pachetului de unde" şi prin dispariţia fenomenului tipic teoriei cuantice, acela al „interferenţei probabilităţilor" se poate acorda realitate obiectivă fenomenului, i se pot atribui trăsăturile clasice. Acest mod de a înţelege ideea de realitate obiectivă se bazează în concepţia lui Heisenberg pe locul şi rolul atribuit conceptelor clasice, cadrului conceptual al fizicii clasice, în cunoaşterea fizică în general. Aceste concepte constituie „presupoziţii ale oricărei experienţe", „singurele instrumente care ne permit să comunicăm fără ambiguitate gîndurile noastre asupra fenomenelor, asupra organizării experienţelor şi a rezultatelor acestora. Dacă i se cere unui atomist să ofere o

[44] *Ibidem*, p. 177.

descriere a ceea ce se petrece realmente în experiențele sale, cuvintele «descriere», «realmente», «se petrece», nu ar putea să privească decît conceptele vieții cotidiene sau ale fizicii clasice ;... orice afirmație asupra a ceea ce «s-a petrecut în realitate» este o afirmație în termenii conceptelor clasice". De aceea, a cere „să se descrie ceea ce se petrece în procesele atomice este o contradicție *in adjecto*, întrucît termenul «a descrie» se referă la folosirea conceptelor clasice, în timp ce aceste concepte nu se pot aplica în intervalul care separă două observații, ci numai în punctele observării" [15].

Mecanica cuantică are o particularitate metodologică remarcabilă : conceptele clasice reprezintă pentru ea un *a priori* metodologic, în timp ce, pe de altă parte, legile cuantice evidențiază limitarea principială a folosirii lor în descrierea fenomenelor atomice. „Formularea principiilor fundamentale ale mecanicii cuantice este funciar imposibilă fără intervenția mecanicii clasice... Astfel, mecanica cuantică ocupă o poziție extrem de originală în cadrul teoriilor fizice : ea conține mecanica clasică drept caz-limită și, în același timp, ea are nevoie de acest caz-limită pentru a putea fi întemeiată" [16]. Tocmai această particularitate metodologică a mecanicii cuantice impune generalizarea ideii de realitate fizică : sistemele cuantice, în afara momentului observării nu pot fi reprezentate sub forma unor obiecte intuitive, strict localizate în spațiu și timp, mișcîndu-se pe traiectorii determinate etc. Suspendarea acestor determinări intuitive prin care noi gîndim obiectele reale ne obligă să considerăm fenomenele cuantice ca „posibilități", „tendințe de realizare". Actualizarea lor, posibilitatea lor de obiectivare este definită prin raport cu un

[15] *Ibidem*, p. 187—188.

[16] L. Landau, E. Lifșiț, *Mécanique quantique*, Ed. Mir, Moscou, 1966, p. 9—10.

sistem determinat de condiţii empirice de observare, condiţii în care se selectează una din ansamblul de posibilităţi „latente". În concepţia lui Heisenberg apare astfel clară distincţia dintre *realitatea fizică* (lumea de posibilităţi, ansamblul de tendinţe la care se *referă teoria* luată în sine : „stările" despre care vorbeşte ea descriu potenţialităţi) şi *realitatea obiectivă*, existenţa exterioară, obiectualitatea (pe care nu ne-o putem reprezenta decît în termenii clasici : „lumea de lucruri sau de fapte").

Conceptul de „realitate doar potenţială" formulat de Heisenberg are, pe de o parte, un sens „negativ" : el indică necesitatea eliberării ideii de realitate fizică de determinările ei clasice ; pe de altă parte însă, el are şi un sens „pozitiv", reprezentînd o direcţie posibilă a generalizării raţionale a ideii de realitate fizică. Ca ilustrări ale valenţelor lui pozitive, constructive, Heisenberg indică posibilitatea folosirii lui în interpretarea unor aspecte ale logicii teoriei cuantice, dezvăluite în lucrările lui C. F. von Weizsäcker, în special a ideii de „sfări coexistente" (descrise de afirmaţiile complementare). Acest concept joacă apoi un rol important în teoria particulelor elementare [47], în legătură cu interpretarea particulelor „virtuale" ; el este implicat de asemenea în înţelegerea într-un mod nou a infinităţii „în adîncime" a lumii materiale, precum şi în dezvăluirea unor sensuri ale elementarităţii în fizica teoretică. Recent s-a sugerat o conexiune posibilă a conceptului de „realitate potenţială" cu unele tentative de a se depăşi formularea „clasică" a mecanicii cuantice, în cadrul cărora se propune o dinamică cuantică în care „spaţiul", „timpul", „sub-

[47] I. V. Novojilov, *Elementarniie ciastiţi*, Moskwa, 1963, p. 80—83. G. Feinberg, *Philosophical Implications of Contemporary Particle Physics*, în R. G. Colodny (ed), *Paradigms and Paradoxes. The Philosophical Challenge of the Quantum Domain*, Univ. of Pittsburgh Pres, 1972.

stanța" etc., sînt înlocuite printr-un singur concept primitiv, acela de „proces" [48]. În toate aceste direcții se va putea urmări și testa în viitor capacitatea productivă a conceptului de „potențialitate" propus de Heisenberg ca explicat al „realității fizice" la nivelul teoriei cuantice.

5. Realitate fizică și invarianță

După constituirea teoriei relativității și a mecanicii cuantice s-a încetățenit ideea după care realitatea trebuie atribuită acelor elemente ale teoriei sau ale cunoașterii în general care se dovedesc a fi invariante. Astfel numai proprietățile invariante și ecuațiile covariante vor avea un sens obiectiv sau factual, restul constructelor vor fi considerate subiective [49]. Hilbert cerea chiar mai mult : covarianța tuturor enunțurilor, fundamentale sau derivate, teoretice sau empirice, față de cele mai generale transformări de coordonate, acelea din teoria generalizată a relativității. Dacă o propoziție nu satisface această exigență, ea va trebui considerată ca lipsită de semnificație fizică : „O propoziție este invariantă și ca urmare are o semnificație fizică dacă ea este valabilă pentru orice sistem de coordonate arbitrar" [50]. Acest punct de vedere, împărtășit într-o formă sau alta de numeroși fizicieni, a fost denumit „concepția invarianței" asupra realității fizice. Ea se întemeiază nu numai pe experiența nouă din teoriile fizice ci și pe rezultatele psihologiei.

---

[48] R. Giles, *Process Quantum Theory*, in „J. Math. Phys". 11 ; 2139 (1970).

[49] H. Weyl, *Raum — Zeit — Materie*, Springer, Berlin, 1919, p. 129.

[50] D. Hilbert, *Grundlcgen der Physik* (1924), în *Gesammelte Abhandlungen*, vol. 3, Springer, Berlin, 1935, p. 278.

Expunerea în detaliu a acestei concepții o întîlnim în lucrările lui Max Born. După acesta, ideea invarianței (într-un sens mai general decît cea din matematică) permite înțelegerea specificului atitudinii noi în problema realității fizice impusă de noile teorii științifice, deosebirea ei de conceptul clasic de realitate. Realitatea fizică nu mai reprezintă acum ceva simplu presupus ca dat exterior ; ea se „constituie" prin evidențierea unor invarianți ai diferitelor proiecții la care este supusă existența. Invarianța este legată de un dublu demers al cunoașterii. Mai întîi, o *relativizare* a proprietăților obiectelor ; ceea ce păreau pînă acum atribute ale lucrurilor în sine se dovedesc a fi doar ale unor „proiecții" speciale ale lor ; ele „nu sînt proprietăți ale unui corp, ci numai proprietăți ale relațiilor sale cu sistemul de referință". „Progresul principal în structura conceptuală a fizicii — spune Born — constă tocmai în descoperirea faptului că o anumită mărime care la început a fost considerată ca proprietate a unui obiect este în realitate numai o proprietate a unei proiecții" [51]. Apoi, prin coordonarea acestor proiecții, prin constituirea invarianților transformărilor se ajunge la *obiectivitate,* la obiectivarea acestor atribute, forme, legi etc. Astfel s-au întîmplat lucrurile pentru prima oară cu noțiunile de spațiu și timp în teoria relativității : demonstrarea obiectivității lor a presupus mai întîi relativizarea lor. „Părerea mea — conchide Born — este că ideea de invariant constituie o cheie pentru înțelegerea rațională a conceptului de realitate" [52]. Acest mod de a argumenta evidențiază încă o particularitate a „concepției invarianței" asupra realității fizice : criteriul după care se acordă realitate unor concepte teoretice îl constituie „inserarea în legitatea generală, pe care o des-

[51] M. Born, *op. cit.*, p. 194.
[52] *Ibidem*, p. 195.

coperim în fenomene", „înscrierea în sistemul descrierilor obiective ale naturii"; acest criteriu se poate aplica întrucît constituindu-se ca invariant, unui element al teoriei îi putem dovedi „subordonarea față de legitatea generală fizică și geometrică" [53].

În cazul mecanicii cuantice intervine nu numai relativizarea mărimilor la sistemul de referință ci și la condițiile experimentale de observare a obiectelor. Această situație „implică, firește, o modificare decisivă în poziția noastră față de natură. Ea ne cheamă la o nouă cale de descriere a lumii fizice, dar nu la negarea realității sale" [54]. Aplicarea la această situație a ideii invarianței conduce la o nouă modalitate de a înțelege ideea complementarității prin care Bohr explica modul în care se realizează cunoașterea în microfizică. „Bohr a introdus conceptul de complementaritate pentru a exprima faptul că cunoașterea maximă a unei entități fizice nu se obține printr-o observație unică sau o instalație experimentală unică, ci că sînt necesare diferite instalații experimentale, care se exclud reciproc dar sînt complementare. În limbajul adoptat aici aceasta ar însemna că cunoașterea maximă poate fi obținută numai printr-un număr suficient de proiecții independente ale uneia și aceleiași entități fizice... Rezultatul final al unor experiemente complementare este un grup de invarianți, caracteristic pentru obiectul respectiv" [55].

Concepția invarianței încearcă așadar să explice ideea realității fizice ținînd seama de rolul interacțiunii obiectelor cu condițiile observării lor. S-au adus totuși o serie de obiecții acestei concepții. „Realul" este aici evident înțeles ca „absolut", „independent", „existent prin sine" etc. Această identificare nu permite

[53] *Ibidem*, p. 33, 34, 36.
[54] *Ibidem*, p. 197.
[55] *Ibidem*, p. 198.

însă să se atribuie realitate nu numai unui mare număr dintre reprezentările noastre, ci și invarianților teoriilor, care se pot dovedi neinvarianți în cadrul unor teorii de nivel superior [56]. Mario Bunge [57] arată, pe de altă parte, că în cazul conceptiei invarianței ceea ce se are în vedere nu este *semnificația fizică* (factuală), ci universalitatea *adevărului* propozițiilor (independența de sistem de referință). Condiția de invarianță (covarianță) nu trebuie să fie cerută decît ecuațiilor fundamentale ale teoriilor ; soluțiile lor trebuie să fie relative (dependente de sistem de referință), pentru ca ele să fie supuse unor teste experimentale. Ca urmare, crede Bunge, invarianța sau covarianța n-are nimic de-a face cu obiectivitatea sau cu semnificația.

6. Orizonturi de realitate și orizonturi de cunoaștere ; de la realismul naiv la realismul operațional

O altă modalitate în care a fost continuată interpretarea complementaristă a realității fizice a fost propusă de F. Gonseth [58]. Experiența științifică a primei jumătăți a secolului nostru — spune Gonseth —, în ciuda noutății radicale și a caracterului ei extrem de complex, ne pune în fața unor teme de un caracter aproape elementar, ne obligă să regîndim conceptele fundamentale ; printre acestea un loc de prim ordin îi revine conceptului de realitate. Realitatea lumii naturale nu ne este

[56] V. V. Bajan, P. S. Dîșlevîi, V. S. Lukianeț, *Dialecticeskii materializm i problema realinosti v sovremennoi fizike*, Naukova Dumka, Kiev, 1974, p. 194.

[57] M. Bunge, *Treatise on Basic Philosophy, vol. 2. Semantics II*, Reidel Publ. Co, Dordrecht — Holland, 1974.

[58] F. Gonseth, *Remarque sur l'idée de complementarité*, în „Dialectica" 7/8/ 1948.

dată, în însăşi esenţa ei, „în cadrul unei cunoaşteri definitive", perfecte, încheiate. Ea ni se dezvăluie mai degrabă printr-o succesiune de structuri şi niveluri ale cunoaşterii. De aceea ar fi mai potrivit să se vorbească — din perspectiva ştiinţei — de „niveluri de realitate" sau de „orizonturi de realitate". Ele corespund „orizonturilor cunoaşterii". Trei asemenea orizonturi trebuie avute în vedere în discutarea temei realităţii, corespunzînd cunoaşterii naturale, fizicii clasice şi fizicii cuantice. Problema principală care se pune este astfel aceea a raportului dintre nivelurile succesive de realitate. Tocmai în rezolvarea ei intervine — crede Gonseth — în mod esenţial ideea de complementaritate. Ea specifică modul în care pot să se manifeste în orizontul „superficial" obiectele unui orizont „profund". Un eveniment sau fenomen petrecut într-un orizont profund nu poate fi cunoscut în mod experimental „decît prin urmele sale fenomenale în orizontul aparent". Complementaritatea va indica tocmai relaţia dintre manifestările fenomenologice ale proceselor ce se desfăşoară în orizontul mai profund. Fiecare orizont posedă „structura sa şi legile sale naturale. El va comporta înlănţuirea unor anume fenomene sau incompatibilitatea altora". Astfel, spune Gonseth, în orizontul specific fizicii clasice, un corpuscul şi o undă sînt două realităţi de specii diferite. Un obiect microcosmic se poate însă prezenta fenomenal fie ca undă, fie ca corpuscul, realizarea acestora cerînd însă condiţii experimentale mutual exclusive. Complementaritatea lui Bohr exprimă astfel condiţiile în care se pot traduce consistent în termeni clasici microfenomenele. Considerate ca realităţi ale orizontului clasic, corpusculii şi undele sînt entităţi contradictorii. Considerate ca „urme" ale unui orizont profund ele nu sînt decît complementare. „În acest fel, introducerea eficace a ideii complementarităţii ia aspectul unei ex-

perienţe metafizice în care, printr-o schimbare de perspectivă, o opoziţie polară este transformată într-o opoziţie complementară". Relaţia aceasta specifică nu este însă caracteristică şi pentru raportul dintre orizontul clasic şi cel natural, deoarece orizontul fizicii clasice constituie „o extensie omogenă", însoţită de o anumită perfecţionare teoretică a orizontului natural". Tocmai de aceea orizontul clasic poate juca rolul de orizont „aparent" pentru orizontul cuantic.

Ideii complementarităţii trebuie să-i acordăm, după Gonseth, o valoare de regulă metodologică : în viitor, ori de cîte ori întîlnim polarităţi conceptuale, va trebui să imaginăm posibilitatea teoretică a unui nou orizont de realitate care să permită tratarea acestor opoziţii ca aspecte complementare ale aceleiaşi realităţi. Trebuie să mai remarcăm, în încheiere, corelaţia pe care o stabileşte Gonseth între diferitele niveluri de realitate şi cunoaştere cu orizonturile intervenţiei şi acţiunii eficiente a omului asupra naturii, corelaţie care deschide perspectiva judecării corelaţiei structurilor cunoaşterii şi realităţii pe temeiul practicii, al acţiunii instrumentale a omului asupra existenţei. Prin aceste idei Gonseth pune explicit problema realităţii fizice în contextul metodologic al unui realism superior, operaţional, care nu identifică realitatea fizică cu datul exterior, încercînd să explice condiţiile teoretice şi experimentale ale constituirii semnificaţiilor obiective ale reprezentărilor teoretice.

În direcţia unui asemenea tip de realism critic, operaţional se înscriu şi eforturile de interpretare teoretico-filozofică a problemelor fizicii cuantice întreprinse de cunoscutul fizician şi filozof contemporan Mario Bunge [59]. El dez-

[59] M. Bunge, *Foundations of Physics*, Springer, Berlin, 1967 ; *Philosophy of Physics*, D. Reidel, Dordrecht-Holland, 1973 ; *Treatise on Basic Philosophy*, vol. 1—2 (Semantics), D. Reidel, Dordrecht-Holland, 1974.

voltă un punct de vedere vădit antipozitivist, argumentînd necesitatea înscrierii temei realității fizice în cadrul unei elaborări sistematice a metodologiei și semanticii științei. După M. Bunge „ceața" care învăluie formularea „standard" a teoriei cuantice este de natură filozofică și ea poate fi înlăturată numai apelînd la instrumente care nu se află în inventarul obișnuit al fizicianului practician : logica, semantica, epistemologia și metodologia. Este necesar un dublu efort, critic și constructiv, pentru a realiza la adevărata ei valoare semnificația acestei teorii fizice care a însemnat un adevărat „triumf al rațiunii" în istoria cunoașterii umane. Aceasta implică eliminarea elementelor subiectiviste din interpretarea ortodoxă a mecanicii cuantice (noțiunea de „observator" și celelalte legate de ea : „observabilă" și „probabilitate subiectivă") și reorganizarea logică a teoriei astfel rămase. În această ultimă etapă se poate apela la organizarea axiomatică a teoriei. Axiomatica propusă de autor oferă o „versiune realistă a mecanicii cuantice". Măsurarea nu mai joacă acel rol pe care i-l acordau Bohr și Heisenberg, ci ea intervine, ca și în cazul altor teorii, numai în etapa verificării (testării) teoriei. Mărimile cuantice tipice sînt variabile aleatorii în sensul că lor li se asociază distribuții de probabilitate determinate. Caracterul fundamental stochastic al mecanicii cuantice este explicat de Bunge într-un sens care continuă interpretarea lui W. Heisenberg, H. Margenau și D. Bohm. Proprietățile cuantice sînt considerate *latente* sau *potențiale* mai degrabă decît actuale, ele devenind actuale sau manifeste după interacțiunea sistemului cu instrumentul de măsură. Această interpretare — propusă de Heisenberg — are o nuanță subiectivistă, legată de intervenția observatorului. Ea poate fi însă eliberată de subiectivism în modul următor. Microobiectele, spune Bunge, nu sînt nici particule (clasice) nici unde (cla-

sice); ele sînt obiecte *sui generis* de un tip necunoscut fizicii clasice. Aceşti „cuantoni" sau „heisenbergoni" (cum propune Bunge să fie numiţi [60]), „nu au nici poziţii punctuale şi nici impulsuri precis determinate, ci numai distribuţii determinate ale poziţiei şi momentului. În general, aceste distribuţii se modifică în cursul timpului sub acţiunea mediului înconjurător, indiferent dacă acesta se află sub control uman. În particular, un cuanton poate dobîndi o localizare spaţială mai strictă... În toate aceste cazuri o anumită distribuţie obiectivă devine mai restrînsă, aproape punctuală, iar în acest caz o proprietate clasică emerge sau devine actuală — în timp ce conjugata ei devine mai puţin determinată clasic. Într-un anumit sens, acest caz-limită este o proprietate potenţială : într-adevăr, cuantonul are posibilitatea de a o dobîndi. Dar nu este o dihotomie potenţial/actual în stilul lui Aristotel, întrucît distribuţiile (de poziţie, moment unghiular etc.) sînt proprietăţi actuale, adică proprietăţi pe care cuantonul le posedă tot timpul. Mai mult, ele sînt obiective (independente de subiect) deşi un observator poate folosi aranjamente experimentale reale pentru a micşora sau a extinde o anume distribuţie". Această interpretare obiectivă a concepţiei *posibiliste* asupra realităţii fizice presupune însă schimbarea interpretării probabilităţii : în locul sensului *subiectiv* acordat probabilităţii este nevoie de „adoptarea unuia dintre modelele fizice ale calculului probabilităţii". În axiomatica mecanicii cuantice pe care a construit-o Bunge se adoptă o versiune modificată a interpretării obiective a probabilităţii pe care a propus-o Popper în termenii *propensităţii :* „probabili-

[60] M. Bunge, *The Interpretation of Heisenberg's Inequalities*, în H. Pfeifer (Hrsg), *Denken und Umdenken. Zu Werk und Wirkung von Werner Heisenberg*, Piper, München, 1977, p. 154.

tatea este o măsură a unei dispoziții obiective a unui lucru de a se manifesta într-un anumit mod". Cu această modificare se poate deci, pe drept, considera că „variabilele cuantice dinamice reprezintă potențialități obiective" [61]. Modificînd în acest sens semnificația obiectului cuantic, a probabilității cuantice și a procesului de „actualizare" se poate oferi teoriei cuantice o interpretare realistă, obiectivă, coerentă cu formalismul matematic și cu aplicațiile ei experimentale.

7. Teoria fizică și criteriile de realitate

Problema realității fizice comportă în metodologia fizicii încă un aspect, acela al căilor și mijloacelor stabilirii „legăturii inverse" între construcțiile teoretice și realitate. Această problemă cere un răspuns la întrebarea : care sînt criteriile realității obiectelor fizicii teoretice ? Necesitatea formulării explicite a unor asemenea criterii și condiții pe care trebuie să le satisfacă constructele ipotetice pentru a li se acorda o realitate fizică a apărut odată cu îndepărtarea tot mai accentuată a teoriilor fizice de experiență, cu complicarea legăturilor dintre teorie și realitate. Tocmai de aceea problema criteriilor de realitate a preocupat pe majoritatea fizicienilor teoreticieni din secolul nostru, răspunsurile cele mai importante aflîndu-le în operele lui Einstein, Bohr, Heisenberg, Born, Feynman ș.a. [62].

Am putea organiza mulțimea criteriilor de realitate fizică formulate în următoarele grupe :

---

[61] M. Bunge, *Philosophy of Physics*, Cap. 5 § 2.

[62] O dezvoltare cvasi-completă a acestei teme este conținută în lucrarea lui T. Nicola și I. Ceapraz, *Conceptul de realitate obiectivă* (cap. III), Scrisul Românesc, Craiova, 1976. Aici vom prezenta schematic doar principalele criterii și rolul lor în judecarea realității fizice.

structural-formale, semantice, metodologice, epistemologice și interteoretice. Din prima categorie fac parte o serie de exigențe vizînd trăsăturile logice, formale pe care trebuie să le satisfacă atît conceptele teoretice respective cît și modelele sau teoriile explicative în care ele sînt integrate. În primul rînd se cer respectate condițiile *corectitudinii formale, consistenței* și *simplicității* (într-un sens care încă n-a fost explicat sistematic) conceptelor sau ipotezelor teoretice. Evident, ele nu pot reprezenta decît condiții necesare *nu* și suficiente pentru atribuirea de realitate unor construcții teoretice. Ele au un caracter analitic, sînt condiții metateoretice, numite uneori imanente sau raționale tocmai pentru faptul că nu depășesc granițele sistemelor conceptuale, nu apelează la experiență. Supraaprecierea lor conduce la o concepție aprioristă asupra raportului dintre teorie și realitate. Ele, singure, nu pot decide asupra semnificației obiective a constructelor, ci prefigurează numai posibilitatea acordării unei asemenea semnificații ; pe baza lor se poate judeca raționalitatea introducerii unor concepte, ipoteze sau sisteme conceptuale în știință.

O altă clasă de exigențe pe care trebuie să le satisfacă un construct ipotetic pentru a i se putea acorda realitate fizică se referă la condițiile semantice. În general acestea pot fi formulate ca exigențe ale „consistenței semantice" a unei teorii [63] : un univers comun de discurs, omogenitate semantică (apartenența predicatelor teoriei la aceeași familie semantică), închiderea semantică (predicatele unei teorii să fie numai acelea care apar în supozițiile inițiale și în definiții), conexibilitatea conceptuală (distribuirea conceptelor primitive

[63] M. Bunge, *Teoria științifică*, în vol. *Epistemologie. Orientări contemporane*, Editura politică, București, 1974, p. 226—237.

între axiome). Deşi această consistenţă semantică sau unitate conceptuală a teoriilor nu reflectă întotdeauna o unitate existentă în mod obiectiv, această condiţie este necesară însă pentru ca sistemele ipotetico-deductive (teoriile) să poată dobîndi interpretare reală.

Dintre criteriile de natură metodologică (implicînd direct relaţia teoriei cu experienţa) cel mai răspîndit printre fizicieni şi matematicieni este criteriul invarianţei. Conceptul de invarianţă implicat aici — spunea Max Born — are un sens mai general decît conceptul matematic de invariant. În mod aproximativ el se referă la constanţa, invariabilitatea unei mărimi în raport cu un grup determinat de transformări, „proiecţii" (cum le numeşte Born). Numai dacă se dovedeşte invariant faţă de mulţimea de experimente poate un construct ipotetic să aspire la obiectivitate. Într-un sens mai formal, structural, invarianţii sînt mărimile a căror valoare e constantă pentru orice sistem de referinţă. După cum se ştie, acest criteriu a fost folosit în mod efectiv în crearea teoriei relativităţii şi a mecanicii cuantice, în judecarea realităţii fizice la nivelul acestor teorii. Generalizînd această exigenţă, matematicianul olandez Brouwer, creatorul intuiţionismului matematic, scria: „Atribuirea «obiectivităţii» unor noţiuni fizice cum sînt *masa* şi *numărul* se întemeiază pe invariabilitatea lor în raport cu un important grup de fenomene în imaginea matematică a naturii" [61]. Apropierea de matematică nu este întîmplătoare. Ideea de invarianţă s-a răsfrînt şi asupra obiectivităţii conceptelor matematice. Adesea, invarianţa conceptelor matematice (numerele naturale, de exemplu) în raport cu schimbarea fenomenelor a fost luată drept criteriul prim al

[61] L. E. J. Brouwer. *On the Foundations of Mathematics* (1907), în *Collected Works*, vol. 1, p. 99.

obiectivității[65], ca indice al obiectivității lor pure. După cum am arătat în § 5, numai acest criteriu nu poate asigura, singur, obiectivitatea constructelor fizicii teoretice. Folosit excesiv el conduce la negarea realității fizice a unor ipoteze sau legi de nivel inferior ale teoriei, sau a elementelor mai puțin generale din construcțiile teoretice.

Alături de invarianță s-au formulat și alte criterii metodologice de realitate : observabilitatea, măsurabilitatea, verificabilitatea, falsificabilitatea. Criteriul „observabilității principiale" cere ca reprezentările teoretice, pentru a putea avea semnificație reală, să includă în ele asemenea caracteristici care în principiu să admită observarea și măsurarea. Într-un anume sens și acest criteriu este tot „imanent" : el cere ca o anumită ipoteză teoretică să producă consecințe observabile, el nu dă nici un fel de garanții că aceste consecințe vor fi confirmate experimental ; el nu este o garanție finală de realitate, ci doar o condiție a posibilității unei interpretări fizice a constructelor teoretice. El trebuie completat, de aceea, cu *verificarea reală,* observarea experimentală, pentru a se ajunge la stabilirea realității conceptelor teoretice. Folosirea acestui criteriu în anumite momente inițiale ale construirii teoriei relativității și mecanicii cuantice de către Einstein și Heisenberg a condus la suprasolicitarea lui filozofică, la transformarea lui într-un adevărat „criteriu de semnificație științifică", de „demarcație" între știință și metafizică. Această interpretare pozitivistă nu a fost acceptată de Einstein sau Heisenberg. Dacă se aplică „consecvent" — spunea adesea Einstein, această exigență exclude întreaga gîndire teoretică ca fiind „metafizică speculativă". Heisenberg, în

[65] Vezi O. Onicescu, *Pitagora și geneza demonstrației matematice,* în vol. *Concepții asupra dezvoltării științei,* București, Editura politică, 1977.

autobiografia sa intelectuală, *Der Teile und das Ganze* (1969), respingea, de asemenea, această interpretare absolută a exigenței observabilității, insistînd asupra faptului că folosirea ei nu trebuie să conducă la interzicerea formulării unor construcții ipotetice, a folosirii ipotezei, acea „formă a dezvoltării științei" cum o numea Engels.

Celelalte criterii metodologice exprimă, de asemenea, condiții „de legătură" între construcțiile teoretice și experiență, necesare în vederea atribuirii de realitate fizică elementelor lor. Fără a intra în analiza unor exagerări sau folosiri unilaterale a lor (operaționalismul etc.), trebuie să subliniem valoarea lor relativă, necesitatea coordonării lor într-un criteriu complex în vederea judecării realității fizice.

Dintre criteriile epistemologice cel mai important este acela al legității : necesitatea înscrierii conceptului respectiv într-o lege a științei ; sau, formulat „negativ" : orice concept teoretic care nu contrazice o lege cunoscută a fizicii poate avea un corelat în realitatea fizică. Adesea acest criteriu se exprimă în forma mai generală a condiției „interdicției" ; ea reflectă faptul că prin teoriile și legile deja formulate fizica impune o limitare, o restricție asupra noilor construcții ipotetice, prefigurînd acele fenomene care pot să aibă loc în realitate. Acest principiu exclude, în limitele unor anumite etape ale cunoașterii fizice întrebările care nu au sens fizic. Un asemenea aspect a fost recent pus în evidență în ultimul articol scris de Werner Heisenberg asupra stării actuale a problemelor teoriei particulelor elementare [66]. Faptul asupra căruia insistă Heisenberg este necesitatea renunțării la un mod vechi de a formula problemele, mod care se manifestă încă în majoritatea ipotezelor formulate în acest do-

[66] W. Heisenberg, *Was is ein Elementarteilchen ?* în „Naturwissenschaften" nr. 63, p. 1—7, 1976.

meniu, în special în ipoteza existenței unor particule subelementare — quarcii. Pentru ca o asemenea ipoteză să fie admisă se cere formularea ei nu numai în acord cu marile trăsături deja cunoscute ale legilor fizicii particulelor, ci și cu un mod nou de a pune problemele existenței, care nu mai permite în noile condiții să ne întrebăm pur și simplu „din ce constau particulele elementare ?". În noile domenii ale fizicii însăși semnificația expresiei „constă din..." s-a modificat radical. De aceea progresul teoretic în această ramură a fizicii va trebui să țină seama de aceste noi trăsături ale cunoașterii.

Avînd în vedere dialectica absolutului și relativului în cunoaștere, valoarea relativă pe care o pot avea și legile verificate deja, nici criteriului interdicției nu i se poate acorda o semnificație absolută. El funcționează mai ales în calitate de „principiu reglativ al construirii obiectelor teoretice fizice și al funcționării lor în cadrul sistemelor teoretice" [67].

Dintre criteriile interteoretice s-a accentuat în mod special valoarea principiului *corespondenței* și a exigenței *consistenței externe*. Bohr și Heisenberg acordau ideii corespondenței în special o valoare *euristică*. În căutarea interpretării fizice a unui nou formalism matematic fizicienii se puteau sprijini pe exigența ca, la limită, noul formalism să conserve legile și corelațiile vechii teorii. În această măsură ideea corespondenței poate servi și ca un criteriu interteoretic de realitate. Consistența cu restul teoriilor științifice reprezintă, de asemenea, o exigență interteoretică. Această consistență este cerută în primul rînd cu teoriile care *preced* logic teoria considerată ; de exemplu, pentru o teorie fizică sînt anterioare teoriile geometrice, matematice și logice impli-

[67] V. V. Bajan et al., *op. cit.*, p. 145.

cate în formularea ei. În al doilea rînd se cere ca o ipoteză nouă să fie consistentă cu teoriile *fundamentale* din domeniul ei, în cazul în care despre aceleași domenii de fenomene sau despre un subdomeniu al lui nu există încă o teorie verificată ; dacă există o asemenea situație, atunci cerința consistenței este exprimată tocmai de principiul corespondenței.

Toate criteriile expuse pînă acum funcționează în practica reală a cercetării științifice nu întotdeauna în această formă. Cel mai adesea ele se prezintă în alte două modalități : fie sînt implicate în principii filozofice mai generale, la care apelează uneori oamenii de știință pentru a-și justifica deciziile lor (principiul cauzalității, ideea determinismului etc.), fie sînt prezente prin unele consecințe ale lor în forma unor condiții interne pentru fiecare teorie, de idei „constitutive", așa cum sînt, de exemplu, pentru teoriile din fizica atomică regulile de selecție, principiul excluziunii al lui Pauli, regulile specifice de conservare și invarianță.

Valoarea criteriilor de realitate expuse mai sus nu poate fi apreciată decît luînd în considerare interacțiunea și caracterul sistematic al tuturor acestor condiții. Nu există un criteriu *unic* de realitate al construcțiilor teoretice care să poată fi considerat suficient. „Un asemenea criteriu este complex. Componentele lui necesare trebuie considerate toate exigențele, considerate mai sus, de selecție a obiectelor fizicii teoretice, a căror respectare este necesară pentru ca în procesul observării, experimentării, totalitatea activităților practice să decidă problema adevărului obiectiv al conceptelor care caracterizează obiectele teoretice. Deoarece, conform teoriei marxist-leniniste a cunoașterii tocmai practica este criteriul hotărîtor al «realității sau nerealității gîndirii»" [68].

[68] *Idem*, p. 154.

Capitolul al II-lea

Problema existenței în matematica contemporană

1. Programele fundaționale și existența matematică

Apariția la sfîrșitul secolului al XIX-lea a paradoxelor logico-matematice a generat o profundă „criză de fundamente" în matematică, comparată adesea cu criza antică a matematicii pitagorice, declanșată de descoperirea iraționalilor, și cu criza legată de paradoxele calculului infinitezimal. Printre temele centrale a căror reconstrucție a fost solicitată de încercările noi de fundare a matematicii s-a aflat și ideea *existenței* matematice. La început ea a figurat ca problemă a programelor fundaționale (logicism, formalism și intuiționism), a tentativelor de redefinire a statutului ontologic al obiectelor matematice și de reconstrucție a unor *criterii* adecvate ale existenței matematice. Ulterior, ideea existenței matematice a fost implicată în cercetarea raportului dintre obiectele matematice și sistemele formale. În toată această discuție a problemei existenței matematice un rol fundamental l-au jucat o serie de teoreme matematice remarcabile (Gödel, Löwenheim-Skolem, Tarski), de care sînt legate unele încercări de „reducere ontologică", de tranșare matematică a problematicii filozofice a existenței matematice.

Problema existenței obiectelor matematice, alături de statutul teoretic al infinitului și a

relației dintre matematica pură și cea aplicată au constituit temele centrale ale încercărilor de fundare a matematicii din secolul nostru, ale așa-numitelor „programe fundaționale" din filozofia matematicii. Cele trei perspective principale din fundamentele matematicii au reprezentat direcții de reconstrucție a „ontologiei matematicii" analoage marilor variante istorice în „problema universalelor" : realism, conceptualism și nominalism. *Realismul*, ca filozofie a matematicii, acordă obiectelor matematice o existență în sine, complet autonomă, nelocalizabilă în spațiu și timp, independentă de construcțiile noastre conceptuale și de limbaj. *Conceptualismul* consideră entitățile matematice ca fiind exclusiv construcții mentale, creații ale activității noastre conceptuale, abstracții care nu au o realitate ca atare. *Nominalismul* reduce existența matematică la limbaj, la configurațiile finite de semne realizabile în spațiu și timp, sau, în general, neagă orice fel de existență a unor obiecte abstracte non-spațio-temporale. Evident, nu există concepții realiste, conceptualiste sau nominaliste „pure". În evoluția ulterioară a programelor fundaționale s-au produs unele apropieri și transferuri de metode (intuiționism-formalism ; logicism-formalism).

Logicismul a reprezentat în filozofia matematică varianta modernă a *realismului*. Intenția originală a logicismului a fost *reducerea* matematicii la logică. Fără a intra în detaliile analizei eșecului acestui program general de fundare logică a matematicii vom trece în continuare la expunerea atitudinii lui ontologice.

Realismul, sau *platonismul* ontologic (cum l-a numit P. Bernays) în filozofia matematicii a fost reprezentat de G. Cantor, B. Bolzano, G. Frege, B. Russell, A. N. Wihtehead, K. Gödel ș.a. Adesea se consideră că el reprezintă

punctul de vedere cel mai natural, adoptat în mod spontan de majoritatea matematicienilor. Realismul consideră că matematica are ca obiect un domeniu de entități ne-spațiale, ne-mentale, atemporale, ne-lingvistice. Aceste obiecte pot fi cunoscute de mintea umană, ele sînt subiect al unei intuiții neempirice ; formulele matematicii descriu aceste obiecte, iar ceea ce spun despre ele este adevărat sau fals. Sarcina matematicianului este de a *descoperi* aceste entități și de a clarifica relațiile logice dintre ele. Argumentele filozofice (de ordin epistemologic) cele mai importante aduse în favoarea realismului matematic au fost formulate de K. Gödel. După el, „clasele și conceptele pot fi reprezentate ca obiecte reale... existînd independent de definițiile și construcțiile noastre". „Mi-se pare — scrie Gödel mai departe — că admiterea unor asemenea obiecte este aproape la fel de legitimă ca și admiterea corpurilor fizice și există o întemeiere la fel de mare pentru a crede în existența lor. Ele sînt în același sens necesare pentru a obține o teorie satisfăcătoare a matematicii după cum corpurile fizice sînt necesare pentru a obține o teorie satisfăcătoare a percepțiilor noastre sensibile" [1]. Existența unui gen de obiecte reale — mulțimi, clase sau concepte —, considerate obiectul matematicii, este necesară — după Gödel — pentru a putea explica cunoașterea matematică, particularitățile acesteia, *intuiția matematică și adevărul matematic*. Adevărul axiomelor teoriei mulțimilor, care ni se impune prin el însuși, ne constrînge să admitem existența unei „percepții a obiectelor teoriei mulțumilor", iar această intuiție matematică nu poate fi expli-

[1] K. Gödel, *Russell's mathematical logic*, în P. Schillp (ed), *The Philosophy of Bertrand Russell*, New York, Tudor Pb. Co., 1944, p. 137 .

cată fără a presupune un „dat" exterior, de un alt gen decît existența fizică. „Nu decurge, totuși, deloc — scrie Gödel — că datele de acest al doilea gen, întrucît nu pot fi asociate cu acțiunea unor anumite lucruri asupra organelor noastre de simț, ar fi ceva pur subiectiv, așa cum a afirmat Kant. Mai degrabă, ele pot reprezenta de asemenea un aspect al realității obiective, dar, în opoziție cu senzațiile, prezența lui în noi se poate datora unui alt gen de relație dintre noi și realitate" [2].

Cum s-a mai remarcat, argumentele lui Gödel, care au în mare măsură aerul unei „demonstrații transcendentale", în care existența în sine a obiectelor matematice este considerată o condiție necesară pentru explicarea intuiției matematice și adevărului propozițiilor matematice, nu pot stabili, independent, existența unor entități matematice.

Considerațiile filozofice ale lui Gödel exprimă, de fapt, într-o modalitate explicită, structura și presupozițiile concepției realiste a majorității matematicienilor, încrederea lor că în activitatea matematică au de-a face cu *teorii veritabile,* cu sisteme de propoziții *adevărate* (sau *false),* și nu cu simple configurații de semne alcătuite pe baza unor reguli convenționale, că ei *descoperă* o realitate matematică și nu doar creează arbitrar sisteme lipsite de semnificație, care s-ar adapta însă „prin minune" lumii și experienței noastre obiective. Însăși invocarea de către Gödel a criteriului fructuozității conceptelor matematice trădează această solidaritate cu concepția obișnuită a matematicienilor.

Argumente de un alt gen au fost extrase din opera unui mare logician și filozof contempo-

[2] K. Gödel, *Ce este problema continuului a lui Cantor ?,* în *Epistemologie. Orientări contemporane,* București, Editura politică, 1974, p. 333.

ran, W. v. O. Quine. Două din tezele formulate în cartea sa *Word and Object* (1960), și anume, *(i)* „angajarea ontologică a matematicii clasice față de entitățile abstracte de genul claselor și numerelor, determinată de cuantificarea asupra obiectelor abstracte“ [3], și *(ii)* rolul pe care îl joacă matematica clasică în știință, în cadrul „fizicii teoretice și al altor discursuri sistematice asupra naturii“ [4] au fost considerate dovezi de natură *logico-epistemologică* în sprijinul unei ontologii realiste a matematicii.

Acestui realism platonist i s-au adus o serie de obiecții *directe* [5], care aveau intenția de a demonstra că această formă a filozofiei matematicii nu este, prin sine, satisfăcătoare. În afară de acestea, în aprecierea realismului matematic trebuie să avem în vedere și succesul sau insuccesul celorlalte programe fundaționale sau al altor încercări de a „salva“ matematica de platonism.

Prima obiecție vine din partea filozofiei empiriste. Realismul matematic ar reprezenta, după ea, o metafizică speculativă, introducînd sau acceptînd existența unor entități incontrolabile și inaccesibile empiric, independente de mintea noastră, dar accesibile rațiunii umane. Evident, această obiecție nu are în nici un caz o putere decisivă ; ea nu poate decît să sugereze că „acest tip de realism în filozofia matematicii este într-adevăr, incompatibil cu empirismul ca filozofie a cunoașterii. Dar aceasta ar putea să ofere un argument decisiv împo-

---

[3] W. v. O. Quine, *Word and Object*, The M.I.T. Press, 1960, ed. a 8-a, p. 269.

[4] W. v. O. Quine, *Ontological Relativity & other Essays*, Columbia Univ. Press, New York and London, 1969, p. 98.

[5] St. F. Barker, *Realism as a Philosophy of Mathematics*, în *Foundations of Mathematics*, Symposium Papers Commemorating the Sixtieth Birthday of Kurt Gödel, Springer, Berlin, 1969.

triva realismului numai dacă am avea o justificare anterioară copleşitoare pentru a crede în corectitudinea universală a empirismului — dar nu este evident că acesta este cazul“ [6].

Alt argument s-a inspirat din teorema lui Gödel asupra incompletitudinii sistemelor formale. S-a afirmat adesea că acest rezultat fundamental din matematica contemporană ar submina orice gen de realism matematic. Evident, presupoziţia — problematică — a acestui argument este aceea că orice domeniu de obiecte reale trebuie, în principiu, să admită o descriere atît consistentă cît şi completă. Este demn de semnalat faptul că tocmai Gödel nu a acordat o asemenea semnificaţie anti-realistă descoperirii sale. Un rol mult mai important este acordat în discuţiile privind ontologia sistemelor matematice teoremei Löwenheim-Skolem (vezi § 3).

Argumentele cele mai puternice împotriva realismului matematic — în special a celui platonist — s-au adus în contextul încercărilor moderne de specificare a ontologiei matematicii pe calea analizei structurii teoriilor formale. Două dintre criticile noi aduse realismului platonist pun în discuţie, fie însăşi ideea de obiect matematic, fie posibilitatea determinării lui absolute, independent de diferitele scheme conceptuale. Ambele orientări pleacă de la faptul existenţei unor scheme formale alternative, în unele privinţe contradictorii, considerate ca „explicaţii“ ale aceleiaşi teorii matematice intuitive, ale căror obiecte sînt supuse astfel precizării sau definirii formale. O asemenea situaţie pune într-adevăr probleme deosebit de dificile çoncepţiilor realiste.

Să luăm exemplul celei mai simple teorii matematice, teoria numerelor naturale. Numerele

[6] St. F. Barker, *op. cit.*, p. 4.

naturale par realmente cel mai simplu tip de obiecte matematice. În reconstrucțiile moderne avem însă cel puțin două explicații ale numărului în teoria mulțimilor, ambele satisfăcînd legile și operațiile aritmetice, dar care se dovedesc în unele privințe contradictorii. În aceste explicații ale numerelor naturale se cer să se definească primitivii aritmeticii naturale : zero, succesorul, numărul. În sistemul lui Zermelo „zero" este definit ca fiind mulțimea vidă, Δ, „succesorul lui x" se definește luînd pentru orice x mulțimea $\{x\}$ care are ca singur element pe x. În această reconstrucție 0, 1, 2,... devin Δ, $\{\Delta\}$, $\{\{\Delta\}\}$...

În sistemul lui von Neumann „zero" este la fel definit prin Δ ; „numărul natural" se definește drept „clasă a tuturor numerelor anterioare" ; Sx devine : $x \cup \{x\}$. În sistemul său, 0, 1, 2, 3, ... devin : Δ, $\{\Delta\}$, $\{0, 1\}$ (adică $\{\Delta, \{\Delta\}\}$, $\{ 0, 1, 2 \}$, ...). Numerele naturale definite în aceste două teorii posedă toate proprietățile lor matematice obișnuite. Este însă evident că astfel sînt puse în evidență modalități diferite în care numerele naturale pot fi identificate cu anumite mulțimi. Întrebarea firească, care mulțime este, de exemplu, numărul unu ?, nu poate primi un răspuns neambiguu. În măsura în care însă noi concepem numărul unu ca un obiect definit, el nu poate fi mai mult decît una dintre aceste mulțimi. Trebuie să arătăm că aceste dificultăți ale ontologiei realiste naive nu sînt specifice numai reconstrucțiilor formale ale aritmeticii. Procese asemănătoare s-au petrecut și în evoluția geometriei [7], logicii [8] și fizicii, o dată cu inventarea unor teorii

---

[7] H. Weyl, *Geometrie und Physik*, în *Gesammelte Abhandlungen*, Springer, Berlin, vol. III, 1969.

[8] A. A. Zinoviev, *Filosofskie problemî mnogoznacinoi loghiki*, Moscova, 1960.

formale alternative. Propoziției „numărul trei este o parte a numărului cinci" (lipsită de sens în teoria naivă), îi corespunde prin traducerile în teoria mulțimilor fie o propoziție adevărată (în schema lui von Neumann), fie una falsă (în sistemul lui Zermelo). Dat fiind că ambele scheme sînt corecte, se pune întrebarea, care este de fapt semnificația acestor propoziții. Ce sens are în aceste condiții existența obiectelor aritmeticii, a obiectelor matematice în general? La această întrebare critică pentru platonism s-au formulat două răspunsuri anti-realiste. Prima soluție, propusă de P. Benacerraf [9], constă în eliminarea noțiunii de *obiect* în favoarea celei de *structură*. Numărul nu este o mulțime, el nu este, în general, un obiect. Toate însușirile atribuite de realism unei existențe anumite, numărul, aparțin de fapt sistemului abstract ale cărui elemente sînt expresiile numerice. Lucrul esențial asupra numerelor naturale este faptul că ele formează o progresie recursivă; toate celelalte proprietăți ale lor derivă din aceasta. Pentru scopul în care sînt folosite numerele naturale — numărarea — toate sistemele de obiecte care formează o progresie sînt la fel de adecvate. Ceea ce contează așadar nu este *natura* elementelor acestor sisteme, ci *structura* lor. Prin definiția numărului înțelegem astfel numai stabilirea totalității condițiilor care se referă nu la elementele structurii ci la relațiile ei. Importantă

[9] P. Benacerraf, *What numbers could not be* în „The Philosophical Review", 74 (1965) nr. 1, p. 47—73; vezi și H. Wang, *Proces și existență în matematică*, în *Epistemologie. Orientări contemporane*, București, Editura politică, 1974, p. 351—352. Acest punct de vedere a fost de asemenea reprezentat de „structuralismul matematic" al lui N. Bourbaki, care concepe matematica ca simplu „rezervor de structuri abstracte"; vezi N. Bourbaki, *Arhitectura matematicii*, tradus în *Logică și filozofie*, București, Editura politică, 1966.

nu este individualitatea fiecărui număr special, ci structura de relații pe care toate numerele o satisfac. Deși obiecția lui Benacerraf nu se referă la obiectele abstracte despre care vorbește Gödel (mulțimi și concepte), totuși, dat fiind locul central pe care-l ocupă numerele, în rîndul tuturor entităților matematice, respingerea calității lor de obiect subminează esențial poziția realistă în filozofia matematicii.

În măsura în care discuția se transpune pe terenul teoriei mulțimilor, și aici apare o situație într-o măsură analoagă cu cea din teoria numerelor, ceea ce conduce din nou la punerea la îndoială a calității de *obiect* a mulțimilor. Sistemele teoriei mulțimilor (Zermelo-Fraenkel, Gödel, von Neumann, Bernays) se află într-un anume sens în conflict, deși toate par a fi la fel de consistente. Deocamdată nu avem nici un temei să asertăm că unul dintre ele reprezintă singura teorie adevărată. La alternativa agnosticismului, Gödel opune viziunea realistă : în viitor va trebui să se decidă care dintre aceste sisteme exprimă adecvat existența și proprietățile mulțimilor. Tocmai în acest spirit discută el problema fundării teoriei mulțimilor în celebrul său studiu „Ce este problema continuului a lui Cantor ?“ [10].

O altă soluție la problema existenței obiectelor matematice, generată de încercările de a explica sau defini unele concepte ale matematicii în cadrul sistemelor formale din teoria mulțimilor, este cea formulată de Quine. Pentru Quine problema existenței obiectelor abstracte este corelată cu problema raportului dintre două teorii matematice, teoria intuitivă originală și reconstrucția ei conceptuală (= tra-

[10] K. Gödel, *Ce este problema continuului a lui Cantor ?* tradus în *Epistemologie. Orientări contemporane*, București, Editura politică, 1974.

ducerea ei). Situația care transformă existența într-o problemă foarte dificilă este aceea că reconstrucția conceptuală se poate realiza printr-o serie de modele care se intersectează doar parțial. Nu are sens, de exemplu, să ne întrebăm care traducere a teoriei numerelor în teoria mulțimilor este corectă, fără a ne întreba în același timp care este schema generală a acestor traduceri, dacă există o traducere corectă într-un sens absolut, o traducere radicală. Teza centrală a lui Quine afirmă *subdeterminarea traducerii radicale*. Noțiunea de traducere corectă trebuie relativizată la o schemă conceptuală, la o „ipoteză analitică (= funcția de traducere). Deși valoarea acestei teze este contestată [11], ea reflectă o situație a cărei existență nu poate fi negată. Asupra problemei noastre ea are următoarea consecință teoretică : se păstrează ideea de *obiect* al unei teorii științifice, dar acesta nu mai trebuie caracterizat în mod *absolut ;* numai în raport cu un anumit model al teoriei se poate preciza ce este obiect al teoriei respective, și nu în general, indiferent ce model se alege. Această precizare a ideii de obiect al unei teorii prin apel la o teorie-model ne duce la necesitatea precizării mai departe a obiectului teoriei-model apelînd la alte modele, ș.a.m.d. Nu se poate deci, de exemplu, să se spună în mod absolut ce este numărul. Întrucît traducerea unei teorii reprezintă o explicație a obiectelor ei, indeterminarea traducerii atrage după sine indeterminarea explicației. Ontologia fiecărei teorii este astfel relativă la schemele conceptuale.

Cele două orientări care au fost generate de imposibilitatea determinării absolute a obiectelor teoriei pot fi caracterizate astfel : una,

[11] H. Putnam, *The Refutation of Conventionalism*, în „Noûs", vol. 8, nr. 1/1974.

antiontologistă, renunță în general la noțiunea de obiect, păstrînd doar structurile abstracte ca referent al teoriilor matematice ; (P. Benacerraf, H. Wang, N. Bourbaki) ; alta, reprezentată de Quine, păstrează ideea de obiect, dar o relativizează la modelele teoriei și la funcțiile de traducere interteoretică.

Dificultățile realismului extrem, platonist par a fi depășite în cadrul altor concepții realiste contemporane. Printre acestea cea mai discutată în ultima vreme este teoria lui K. Popper. Teoria sa se opune realismului platonist prin faptul că, în opoziție cu Platon, Hegel, Bolzano și Frege, el nu mai admite autonomia completă a obiectelor matematice. Tocmai dificultățile acestor mari variante ale platonismului au constituit punctul de plecare al abordării evoluționiste a „lumii a treia" pe care o dezvoltă Popper. Obiectele matematicii, deși originar construite de noi, deci reprezentînd produse ale „lumii a doua", lume a stărilor de conștiință, dobîndesc o relativă autonomie — în mare parte datorită limbajului — producînd consecințe independente de intențiile noastre, relații și probleme pe care noi nu le-am imaginat niciodată. *„In acest fel, descoperirea matematică devine posibilă.* Dealtfel, cele mai importante obiecte matematice pe care le descoperim — cei mai productivi cetățeni ai lumii a treia sînt *problemele* și genurile noi de *argumente critice.* Astfel apare un nou gen de existență matematică : existența problemelor, și un nou gen de intuiție..." [12]. Fără a intra în detaliile producerii acestei existențe matematice, trebuie să observăm deplasarea intervenită în concepția lui Popper : existența matematică nu

[12] K. Popper, *Epistemologia fără subiect cunoscător,* în *Epistemologie. Orientări contemporane,* București, Editura politică, 1974, p. 105.

rămîne un *dat*, anterior oricărei activităţi de construcţie, ci ea izvorăşte tocmai din aceasta, obiectivîndu-se şi dobîndind o relativă autonomie. Cu toată această modificare fundamentală, şi teoriei lui Popper i s-a reproşat, ca oricărei variante mai tari sau mai slabe de realism matematic, identificarea sensului *metodologic* al obiectivităţii, propriu matematicii, cu sensul *semantic* al obiectivităţii, sens impropriu ştiinţelor formale. Valoarea şi meritul principal al acestei filozofii a matematicii a constat în sublinierea *obiectivităţii* matematicii, în respingerea formalismului şi convenţionalismului, a conceperii matematicii ca un produs arbitrar al activităţii libere a minţii umane. Acest lucru trebuie subliniat în mod deosebit. Dar în realizarea acestei intenţii realismul, mai ales în varianta sa extremă, platonismul, a exagerat, judecînd obiectivitatea matematicii prin analogie cu aceea a ştiinţelor realului, adoptînd un punct de vedere ontologist, justificînd obiectivitatea propoziţiilor matematice prin postularea unei lumi obiective autonome (complete sau doar parţiale). După cum arată M. Bunge [13], obiectivitatea ştiinţelor factuale este de alt gen decît cea a matematicii. Ea presupune atît obiectivitatea *metodologică* (existenţa unor proceduri intersubiective, impersonale de testare) cît şi obiectivitatea *semantică* (referinţa la obiectele exterioare). Matematica nu se referă însă la obiecte exterioare, materiale sau ideale, de aceea ea nu este *semantic* obiectivă. Ea nu este, evident, nici semantic *subiectivă*; ea nu are de a face cu stările noastre mentale. În general, discuţia de natură semantică între obiectiv şi subiectiv nu

[13] Mario Bunge, *A Treatise on Basic Philosophy*, vol. 2, Semantics II, Reidel, Dordrecht-Holland, 1974, p. 169—170.

se aplică matematicii. Matematica este însă *metodologic* obiectivă ; această obiectivitate se determină prin următoarele trăsături : *(i)* caracter impersonal ; *(ii)* respectare a regulilor și ipotezelor acceptate anterior ; *(iii)* justificarea ipotezelor și regulilor în termenii unor valori impersonale cum ar fi conținutul, sistemicitatea, validitatea, claritatea. Matematica nu posedă acea obiectivitate semantică pe care i-o acordă realismul (fie platonist, fie materialist-naiv) pentru a explica valabilitatea ei obiectivă. Împotriva lui Popper, care tot mai admite obiectivitatea semantică a matematicii, Bunge afirmă că acest mod de justificare a obiectivității cunoașterii matematice nu reprezintă decît o dublare necesară a *realismului epistemologic* cu un *idealism obiectiv*.

În mare măsură critica lui Bunge coincide cu explicația bine cunoscută pe care o dă platonismului ca „variantă epistemologică" Jean Piaget [14], evidențiind accentul pe care realismul îl pune pe structurile cunoașterii, pe rezultatele finite ale procesului cercetării, luate independent de operațiile și activitățile care le-au generat.

Toate aceste argumente și critici directe la adresa realismului ca filozofie a matematicii nu ne pot da o imagine exactă a valorii ei dacă nu vom lua în considerare și celelalte alternative constructive propuse, celelalte concepții filozofice asupra matematicii. Avem în vedere în primul rînd *formalismul* și *intuiționismul*. Spațiul nu ne permite să ne referim și la alte propuneri originale de a depăși platonismul matematic [15].

---

[14] J. Piaget, *Înțelepciunea și iluziile filozofiei*, București, Editura științifică, 1970 (capitolul II, *Științele și filozofia*).

[15] Printre acestea, H. Putnam (în *Mathematics without Foundations*, „Journal of Philosophy", 24 (1967), nr. 1), reconstruiește matematica pe baza unei logici

Nominalismul reprezintă varianta filozofică radical opusă realismului. În filozofia matematicii el a fost cunoscut mai ales sub două forme : *nominalismul matematic* propus inițial de unii logicieni polonezi (S. Lesniewski, T. Kotarbinski, L. Chwistek), reluat de o serie de matematicieni și logicieni contemporani, (N. Goodman, W. v. O. Quine, L. Henkin ș.a.) și *formalismul* școlii lui Hilbert.

Prima variantă este cel mai mult cunoscută în forma pe care i-au dat-o N. Goodman și W. v. O. Quine [16].

În ce constă poziția nominalistă în problema existenței matematice? Pentru a o înțelege trebuie să plecăm de la o trăsătură caracteristică a modului în care se construiesc diferite obiecte matematice plecînd de la anumite elemente, în versiunea realistă. Una dintre aceste căi este redată de așa-numitul *principiu al abstracției*, formulat adesea în teoriile axiomatice ale mulțimilor ca axiomă a reducerii, care conține următoarele afirmații : (1) orice obiecte matematice care satisfac o însușire generală oarecare formează o mulțime ale cărei elemente sînt tocmai aceste obiecte ; (2) orice mulțime poate fi considerată obiect matematic,

---

modale ; la fel Ch. Parsons (în *Ontology and Mathematics*, „Philosophical Review", 53 (1971), nr. 2). Toate aceste încercări se bazează pe ideea că matematica vizează existența posibilă.

[16] N. Goodman, W. v. O. Quine, *Steps towards a constructive nominalism*, în „Journal of Symbolic Logic" nr. 12/1947, p. 105—122. Trebuie observat că, din partea lui Quine, această teorie nu reprezintă un *credo* personal, ci o încercare „de a vedea ce rezultă plecînd de la o bază nominalistă", care sînt dificultățile și limitările acestei poziții. Scopul lui Quine nu este excluderea în sine a entităților abstracte, ci *înțelegerea* instrumentului matematic, a structurii lui. Această explicație, necesară pentru a înțelege consistența atitudinii filozofice generale a lui Quine, este dată în *Word and Object*, p. 243.

care poate sluji la rîndul său ca element unei alte mulțimi. În primul caz obiectele matematice individuale apar ca o totalitate, mulțimea. În al doilea, însăși această mulțime este considerată ca un singur obiect matematic, putînd fi luat ca element într-o altă mulțime. Acest principiu asigură astfel posibilitatea transformării unei mulțimi într-o unitate. După cum arată G. I. Ruzavin [17], „elementele tratării platoniste se pot observa nu numai în faptul că existența mulțimii formate se postulează înaintea construirii ei faptice..., ci și în posibilitatea de a considera mulțimea obținută ca o anumită unitate sau existență ideală. Altfel spus, tot așa cum elementelor individuale concrete ale mulțimii li se acordă obiectul concret pe care îl desemnează, la fel și obiectului abstract — mulțimea i se acordă un anumit obiect ideal".

Această tratare a mulțimilor, caracteristică concepției lui Cantor, Dedekind, Frege și Russell, a fost după cum se știe pusă în discuție odată cu apariția paradoxelor teoriei mulțimilor. Nominalismul respinge în general acest mod de a concepe formarea obiectelor matematice. Nominalistul, plecînd de la ideea că lucrurile diferite trebuie să constea din elemente diferite, identifică două obiecte oarecare dacă acestea sînt realizate din aceleași elemente primare. Pentru platonist se pot găsi mereu două obiecte diferite care să constea însă din aceleași elemente primare. În construcția sistemelor matematice, plecînd de la anumite elemente inițiale, nominalistul va admite numai diferite construcții de indivizi din aceste elemente și, ca urmare, va introduce numai variabile individuale. Împotriva platonismului, exigența nominalismului matematic

[17] G. I. Ruzavin, *O prirode matematiceskogo znamia*, Misli, Moskva, 1968, p. 184.

poate fi formulată astfel : dacă se desemnează un element inițial oarecare cu x, apartenența lui la un obiect y prin Axy, și la obiectul z prin Axz, atunci :

$$(x)\,(Axy = Axz) \rightarrow y = z$$

(Obiectele care nu pot fi distinse prin elementele lor primare trebuie considerate identice.)

Nominalismul, deși vrea să excludă folosirea *obiectelor* abstracte în matematică, nu recunoaște necesitatea excluderii oricărei *abstracții* din matematică. Tipul de abstracție care duce la introducerea universalelor, dar convine nominalismului este „abstracția identificării indiscernabililor". În acest sens, nominalismul reprezintă, după Quine, filozofia conform căreia universalele nu există. Ele trebuie considerate ca intervenind numai ca un mod de a vorbi. „În abstragerea universalelor prin identificarea indiscernabililor nu facem altceva decît să reformulăm același vechi sistem de particulari" [18].

Interpretarea nominalistă transformă matematica într-un sistem de calcule pur formale, ale cărui propoziții nu sînt considerate afirmații asupra existenței obiectelor matematice, ci simple scheme vide. Evident, ca și în cazul realismului, concepția nominalistă a existenței matematice este solidară cu o teorie asupra adevărului matematic. În critica nominalismului matematic s-au relevat în primul rînd limitele lui în înțelegerea abstracției matematice, reducerea tuturor tipurilor superioare de abstracție la aceea care pleacă de la însușirile obiectelor particulare. În toate științele se realizează însă și alte tipuri de abstracție care nu

[18] W. v. Quine, *From a Logical Point of View*, Harper & Row, New York, 1961, p. 117—118.

se pot explica în termenii sistemelor nominaliste : (în terminologia folosită în aceste cercetări specifice : nu toate „contextele platonice" pot fi traduse în „contexte nominaliste"). O construcție consecvent nominalistă a matematicii va trebui să excludă folosirea nu numai a infinitului actual, ci și a celui potențial ; orice afirmații despre infinități atît nenumărabile cît și numărabile trebuie considerate un simplu *façon de parler*, nimic altceva decît o metodă de prescurtare a enunțurilor asupra unor mulțimi finite de obiecte individuale. După cum arată Hao Wang, asemenea concepții „tratează infinitul numai ca o reflecție ulterioară. Ele sînt, de aceea, necorespunzătoare pentru studiul matematicii, a cărei esență este infinitul". (Scopul esențial al activității matematice este acela de a „proiecta metode prin care infinitatea să poată fi tratată de un intelect finit" [19]). În acest fel revizuirea pe care acest gen de nominalism ar produce-o matematicii clasice ar fi atît de drastică încît nu se poate înțelege în ce măsură el reprezintă altceva decît o ficțiune nerealizabilă. Această concluzie nu exclude unele valențe ale sistemelor nominaliste în reconstrucția unor părți ale matematicii, rolul lor în constituirea unei sintaxe a limbajelor formalizate, în general în studiul limbajelor formale.

O altă poziție nominalistă, aceea a *formalismului* lui Hilbert, pleacă de la un mod diferit de a înțelege natura infinitului și a valorii matematicii clasice. Scopul programului lui Hilbert în filozofia matematicii este acela de a justifica certitudinea cunoașterii matematice, de a funda această cunoaștere certă. Paradoxele din teoria mulțimilor nu pot submina teza sa

[19] Hao Wang, *Existență și proces în matematică*, în *Epistemologie. Orientări contemporane*, București, Editura politică, 1974, p. 354, 356.

filozofică centrală : existența unei cunoașteri matematice certe. După Hilbert, paradoxele nu izvorăsc din natura intimă a matematicii, ci dintr-o folosire abuzivă a unor metode sigure, demne de încredere. El vrea să tragă o linie de demarcație netă între folosirea corectă și cea abuzivă a acestor metode, salvind astfel matematica de antinomii, oferind deci o metodă finală de justificare a matematicii, a acestui „model de certitudine și adevăr".

Cum va proceda Hilbert în aflarea acelei căi „complet satisfăcătoare de a evita paradoxele, fără a comite o trădare față de știința noastră" ? În primul rînd, scrie Hilbert „vom depista cu atenție, vom cultiva, vom întări și vom face utilizabile definițiile și căile de raționament fecunde, chiar acolo unde se oferă cea mai slabă perspectivă. Din paradisul pe care ni l-a creat Cantor nimeni nu ne va alunga". Astfel, Hilbert propune *păstrarea intactă* a întregii *matematici clasice*, nu amputarea sau revizuirea ei drastică. În al doilea rînd, spune Hilbert, „este nevoie să se producă aceeași certitudine pentru raționament așa cum există în aritmetica elementară, de care nimeni nu se îndoiește și unde contradicțiile și paradoxele apar numai datorită neatenției noastre". Păstrarea acestei matematici clasice se cere însă *justificată* prin asemenea dovezi că înăuntrul ei nu pot să apară paradoxe.

Cum se vor obține aceste dovezi necesare fundării matematicii ? Pentru a răspunde la această întrebare Hilbert este obligat să pună problema naturii *existenței matematice*. Evident, această problemă este introdusă prin întrebarea, fundamentală, care precede elaborarea programului lui Hilbert : ce sens are *infinitul* în matematică : „Atingerea acestor țeluri este, evident, posibilă numai dacă reușim să

este posibilă. Şi îndeosebi în matematică *înseşi semnele concrete sînt obiectele studiului nostru* (s.n.), a căror formă, ca urmare a atitudinii noastre, este imediat clară şi se poate recunoaşte".

„Atitudinea filozofică fundamentală" a lui Hilbert reprezintă astfel o expresie manifestă a nominalismului : obiectul matematicii, conţinutul ei ireductibil îl formează configuraţiile finite de semne concrete. Acest „domeniu real" al matematicii este însă întregit în matematica clasică prin adjoncţiunea unui „domeniu ideal", prin adăugarea la elementele intuitive concrete, la obiectele ale căror proprietăţi şi relaţii ne sînt date intuitiv ca ceva nemijlocit, a unor „structuri ideale", de genul „elementelor ideale" din algebră (ex : $\sqrt{-1}$), pentru a permite *legilor* şi regulilor *logicii* să aibă o valabilitate generală. Existenţa propriu-zisă nu poate fi atribuită decît elementelor finite. În acest domeniu existenţa are un sens foarte precis. O afirmaţie conform căreia într-o totalitate finită *există* un obiect cu o anumită proprietate reprezintă un mod abreviat de a spune că sau primul obiect, sau al doilea... sau ultimul obiect are această proprietate ; ea are sens numai ca „propoziţie parţială", adică „o parte a unei propoziţii determinată mai exact, al cărei conţinut precis totuşi este pentru multe aplicaţii neesenţial". Extinderea sensului existenţei la „totalităţile infinite" este un nonsens sau în orice caz este nepermisă fără precauţii speciale, aşa cum ar fi în analiză trecerea de la produsul finit la cel infinit. Afirmaţiile asupra obiectelor ideale (= ficţiuni) sînt însă inevitabile dacă nu vrem să restrîngem şi să complicăm excesiv aplicarea legilor logice, cum ar fi, de exemplu, legea terţului exclus.

Cum putem împăca atunci poziţia finitistă asupra existenţei matematice cu ideea valabili-

tăţii nerestrînse a legilor logicii ? Apare astfel o tensiune generată de două atitudini : pe de o parte vrem să introducem noţiunile abstracte, pentru a simplifica şi completa teoriile matematice ; vrem însă, pe de altă parte, să îndepărtăm pericolul inerent acestei introduceri. Ieşirea din această situaţie dificilă ne-o oferă generalizarea la nivelul întregii matematici a „metodei elementelor ideale". Răspunsul în general va fi următorul : enunţurile despre totalităţile infinite nu vor fi considerate ca avînd semnificaţie proprie, independentă ; ele vor fi adăugate ca „propoziţii ideale", avînd un rol pur operaţional, întregind astfel simbolismul „domeniului finit", fără însă să extindă şi *ontologia* matematicii. Recunoscînd ca avînd realitate autentică numai partea finită a matematicii, o vom întregi cu structuri ideale, concepte şi propoziţii ideale, „pentru a menţine regulile simple formale ale logicii *aristotelice* obişnuite". Această extensie se cere însă acompaniată de o *dovadă* că în modul acesta nu se vor introduce în raţionamentele matematice contradicţii. Demonstrarea acestei consistenţe a matematicii finite întregite cu structurile ideale (totalităţi infinite, mulţimile cantoriene etc.), de fapt a însăşi matematicii clasice — aceasta este intenţia întregului program de reconstrucţie formalistă, şi ea înseamnă tocmai justificarea matematicii. Ea trebuie să ne asigure că transpunînd principiile logice de la domeniul real la domeniul extins care include asemenea abstracţii, părăsind deci cîmpul în care folosirea raţionamentelor logice intuitive, neformale era cunoscută ca sigură, nu vom ajunge la contradicţii. Această „demonstraţie de consistenţă" a matematicii clasice, această cercetare a corectitudinii funcţionării instrumentului matematic trebuie să fie ea însăşi realizată cu mijloace absolut sigure ; în acest scop nu avem

altă cale decît să o realizăm în interiorul aceleiași atitudini finite a gîndirii. „Această cerință științifică se poate satisface în realitate — spune Hilbert —, adică este posibil ca pe o cale pur intuitivă și finită — întocmai ca adevărurile aritmeticii — să obținem și acele idei care ne garantează validitatea aparatului matematic“ [23].

Modul concret în care se desfășoară programul lui Hilbert nu poate fi redat aici. Vom indica doar momentele lui principale. Mai întîi, Hilbert indică necesitatea formalizării demonstrațiilor matematice. Aceasta e cauzată de faptul că extinderea matematicii finite cu structurile ideale nu mai permite urmărirea cu aceeași claritate și siguranță a raționamentelor. „În final noi am introdus propozițiile ideale pentru ca legile obișnuite ale logicii să fie universal valabile. Dar pentru că propozițiile ideale, adică formulele care nu exprimă afirmații finite, nu au în sine nici un fel de semnificație, operațiile logice nu pot fi aplicate față de ele concret ca în cazul propozițiilor finite. Este deci necesar să formalizăm operațiile logice și chiar demonstrațiile matematice“. În această reconstrucție formală a matematicii „axiomelor matematice le corespund anumite formule, iar raționamentului concret îi corespund regulile conform cărora se succed formulele ; raționamentul concret este deci înlocuit printr-o activitate exterioară conformă unor reguli ; prin aceasta atît pentru axiomele însești (care, deși inițial erau înțelese în mod naiv ca adevăruri fundamentale, încă de multă vreme au fost privite în axiomatica modernă numai ca niște relații între concepte), cît și pentru calculul logic (care inițial trebuia să fie numai un alt limbaj) s-a realizat acum trece-

[23] D. Hilbert, *Despre infinit*, în *op. cit.*, p. 404.

rea riguroasă de la tratarea naivă la cea formală“ [24].

În cadrul acestei matematici formale, în care însești demonstrațiile se formalizează, se poate acum controla cu ușurință apariția contradicțiilor. Lui Hilbert îi trebuie însă o demonstrație *de principiu* și *directă* asupra consistenței matematicii. În termenii lui speciali, aceasta va trebui să arate că formule cu anumite proprietăți structurale, de exemplu „$1 \neq 1$“, nu pot să apară din axiomele noastre și pe baza regulilor de derivare ca formule finale ale demonstrațiilor formalizate. „Aceasta este o sarcină care în mod fundamental se află în domeniul intuiției“ deoarece „o demonstrație formalizată, ca și o cifră, este un obiect concret și perceptibil în ansamblul său“. De aceea afirmația despre necontradicția sistemului formal al matematicii este considerată ea însăși *o propoziție reală* [25]. Teza centrală a programului lui Hilbert poate fi astfel formulată : *un sistem care conține propoziții ideale poate fi folosit dacă și numai dacă avem o demonstrație de consistență finită pentru acest sistem* [26].

După cum s-a arătat în studiile ulterioare dedicate programului său, intenția lui Hilbert conține încă o condiție tacită : *un sistem matematic completat cu structuri ideale se poate folosi dacă și numai dacă orice demonstrație a unei teoreme care are un corelat finit (teoremă care aparține matematicii finite) poate fi transformată într-o demonstrație în care nu se folosesc elementele ideale.* Pentru Hilbert teorema de consistență are deci un sens special : ea trebuie să pună în evidență faptul că propo-

[24] *Ibid.*, p. 408—409.
[25] D. Hilbert, *On the Infinite*, în J. v. Heijenoort, *From Frege to Gödel, A Source Book in Mathematical Logic*, Cambridge, Harvard Univ. Press 1967, p. 383.
[26] *Idem.*

zițiile ideale *nu generează*, independent, nici o teoremă finitară. În urma acestei demonstrații, ele pot fi astfel *eliminate*.

Scopul principal al programului lui Hilbert, cunoscut sub numele de „teoria demonstrației", îl reprezintă fundamentarea *introducerii idealizărilor* (în special conceptul de *infinit actual)* în matematică, și nu necontradicția acesteia în sine. În această privință el era de acord cu Brouwer care spunea : „O teorie neadevărată, care nu se lovește de contradicții, nu devine prin aceasta mai puțin incorectă, după cum o conduită criminală, necontracarată de justiție, nu devine prin aceasta mai puțin criminală" [27], iar justificarea acestei introduceri se realizează, după Hilbert, prin demonstrarea faptului că ele nu aduc nimic nou (ca urmare nu pot provoca contradicții), că pot fi prin urmare eliminate din întreaga teorie *păstrînd* echivalența rezultatelor în domeniul real al matematicii, domeniul finit. În alți termeni, că extensia matematicii produsă prin ele este *necreatoare*, dar *conservativă*. Elementele ideale pot fi introduse în teorie numai „dacă deci relațiile care rezultă prin eliminarea structurilor ideale pentru vechile structuri sînt totdeauna valabile în vechiul domeniu" [28]. Astfel, elementele ideale nu joacă decît un rol simbolic-operațional ; ele aduc simplitate, comoditate și unificarea metodelor matematice. În felul acesta teoria completată cu elemente ideale, cu abstracții cărora nu le corespunde o realitate matematică, are siguranța „căii inverse" spre propozițiile reale.

---

[27] J. E. L. Brouwer, *Über die Bedeutung des Satzes vom ausgeschlossenen Dritten in der Mathematik* (1923), în *Collected Works*, vol. 1, Philosophy and Foundations of Mathematics, North-Holland, Amsterdam, 1975, p. 27.

[28] D. Hilbert, Grundlagen der Geometrie, trad. în Oskar Becker, *op. cit.*, p. 412.

Poziția lui Hilbert asupra „structurilor ideale" ale matematicii reprezintă astfel un caz particular al filozofiei *instrumentaliste a științei;* propozițiile și conceptele „ideale" sînt particularizări pentru matematică ale propozițiilor și conceptelor *teoretice,* interpretate de instrumentalism ca formule sau simboluri lipsite de semnificație obiectivă, avînd doar un rol operațional, acela de a facilita și simplifica raționamentele noastre asupra obiectelor concrete, finite. Hilbert însuși corelează poziția sa filozofică cu instrumentalismul fizic, asemănînd rolul jucat de intuiție în matematică cu cel jucat de experiența directă în științele experimentale [29].

Care a fost rezultatul programului lui Hilbert de întemeiere și justificare a matematicii? Atît matematic cît și filozofic proiectul lui Hilbert a suferit un eșec semnificativ. Formal-matematic acest eșec a fost evidențiat de teorema lui Gödel (1931) asupra imposibilității demonstrării cu propriile lui mijloace a consistenței unui sistem formal, suficient de bogat pentru a putea exprima aritmetica naturală. Această teoremă subminează direct programul lui Hilbert, deoarece în cadrul acestuia se intenționa a se demonstra tocmai în mod *direct,* folosind metodele și resursele *interne* ale unui sistem formal al matematicii, necontradicția sa. Pe plan filozofic eșecul programului său de fundare a matematicii exprimă incapacitatea *nominalismului* de a explica existența matematică, necesitatea depășirii „crizei nominaliste a științei", cum numea O. Onicescu o serie de tentative de a reduce știința la limbaj, la formalism. Diferența între nominalismul discutat anterior (N. Goodman) și nominalismul lui Hil-

[29] D. Hilbert, *On the Foundations of Mathematics* (1928), în J. v. Heijenoort, *op. cit.,* p. 475.

bert constă numai în faptul că în timp ce primul cerea eliminarea idealizărilor *din toate contextele,* Hilbert cere îndepărtarea lor din cadrul întregii teorii luate global [30]. În acest sens, Hilbert nu cere eliminarea tuturor propoziţiilor ideale şi a conceptelor ideale luate individual, prin *traduceri şi definiţii explicite* în propoziţii reale şi concepte reale : „a formula o cerinţă generală după care fiecare formulă distinctă să admită ca atare o interpretare, nu este deloc rezonabil" [31]. Exigenţa sa vizează îndepărtarea acestor elemente ideale din contextul *întregii teorii.* Acest fapt a fost foarte clar evidenţiat deja de H. Weyl [32]. Din punct de vedere epistemologic soarta teoriei lui Hilbert ilustrează clar limitele *instrumentalismului* în tratarea conceptelor teoretice, în determinarea statutului lor metodologic. Programul lui Hilbert repetă din acest punct de vedere evoluţia instrumentalismului fizic. În această privinţă, nici programul nominalist în filozofia matematicii nu oferă o explicaţie corectă adevărului propoziţiilor matematice, o justificare ultimă a certitudinii cunoaşterii matematice.

Pe un plan mai general, insuccesul tentativei lui Hilbert este semnificativ pentru eşecul pozitivismului, al concepţiei după care problematica *filozofică* a ştiinţei se poate decide exclusiv cu mijloacele *interne* ale ştiinţei. Pentru rezolvarea problemei *existenţei* matematice nu sînt suficiente numai instrumentele formale ale matematicii [33]. Acest lucru l-a exprimat clar

---

[30] E. D. Smirnova, *Neprotivorecivosti i eliminiruemosti v teorii dokazatelistv,* în *Filosofia v sovremennom mire. Filosofia i loghika,* Nauka, Moskva, 1974.

[31] D. Hilbert, *On the Foundations of Mathematics* (1928), în J. v. Heijenoort, *op. cit.*

[32] H. Weyl, *Philosophie der Mathematik und Naturwissenschaft,* 3 ed. Oldenbourg, München, 1966.

[33] „Nu există un substitut matematic pentru filosofie", conchide lapidar S. Kripke, o analiză detaliată a valorii şi limitelor folosirii instrumentelor matema-

un matematician contemporan într-o remarcabilă analiză materialist-dialectică a matematicii : în ultimă instanță, atît formalismul cît și intuiționismul au eșuat în tratarea paradoxelor și a existenței matematice deoarece „ele au încercat să rezolve problema semnificației propozițiilor matematice intern-matematic sau pe o bază filozofică insuficientă, fără a raporta matematica la acțiunea umană, la practică. Drept urmare, însăși practica matematică internă a fost de ambele orientări prescurtată și deformată“ [34].

Formalismul lui Hilbert, deși nu a adus o rezolvare problemei existenței în matematică, a contribuit totuși decisiv la progresul considerabil al teoriei fundamentelor matematicii (și al matematicii în general), impunînd o „tehnică matematică riguroasă pentru cercetarea bogatei varietăți a problemelor fundării matematicii și logicii“ [35], generînd o serie de noi rezultate și probleme. Chiar teoremele lui Gödel, care au avut un rol imens în adîncirea și îmbogățirea înțelegerii structurii logice a argumentelor și abstracțiilor matematice, care au schimbat complet viziunea asupra naturii și posibilităților logicii și matematicii, a raționalității umane în general [36], sînt legate nemijlocit de proiectul filozofic al lui Hilbert. Pe de altă parte, așa cum subliniază E. Brieskorn [37], fap-

---

tice în cercetarea filozofică. S. Kripke, *Substitutional Quantification*, în *Meaning and Truth*. G. Evans, J. Mc Dowell (eds.), London, Oxford Univ. Press, 1976, p. 461.

[34] E. Brieskorn, *Über die Dialektik in der Mathematik*, în M. Otte (Hrsg.), *Mathematiker über die Mathematik*, Springer, Berlin 1974.

[35] S. C. Kleene, *Critica raționamentelor matematice*, tradus în *Logică și filozofie*, București, Editura politică, 1966, p. 453.

[36] Robert Oppenheimer și J. von Neumann în *Foundations of Mathematics*. Symposium Papers Commemorating the Sixtieth Birthday of Kurt Gödel, Springer Berlin, 1969, p. VIII.

[37] Egbert Brieskorn, *op. cit.*, p. 238.

tul filozofic care a provocat eşecul programului lui Hilbert, exagerarea rolului metodei axiomatice în matematică, în raport cu metodele constructivă şi genetică nu a fost o permanenţă a gîndirii sale ; atitudinea faţă de matematică şi creaţia sa matematică nu pot fi subsumate complet formalismului şi epistemologiei pozitiviste.

Intuiţionismul matematic corespunde într-o anumită măsură vechii soluţii conceptualiste în problema universalelor. J.E.L. Brouwer şi A. Heyting, principalii exponenţi ai intuiţionismului matematic modern (care continuă de fapt linia marilor matematicieni anteriori, Borel, Kronecker, Weierstrass, Lebesgue, Poincaré), concep matematica ca o *activitate* complet autonomă, independentă şi primară faţă de *limbaj* şi *logică*, întemeiată pe o intuiţie originară, pură, *a priori*, independentă de limbaj. Existenţa matematică este definită de intuiţionism prin *construcţie ;* numai obiectele construite în intuiţia pură au existenţă matematică. Legitimitatea acestor construcţii nu trebuie dată nici prin apel la logică (ca în cazul logicismului), nici la limbaj, prin formalizare (ca în cazul formalismului) ; ele sînt legitime prin ele însele, se autovalidează. „Matematica — scrie Brouwer — este creată printr-o acţiune liberă independentă de experienţă ; ea se dezvoltă dintr-o singură intuiţie fundamentală apriorică, care ar putea fi numită *invarianţa în schimbare* sau *unitatea în multitudine*“ [38].

Intuiţionismul formulează un program de reconstrucţie radicală a matematicii pe această bază filozofică, în care vor fi eliminate toate *conceptele, propoziţiile* şi *tipurile de demon-*

[38] L. E. J. Brouwer, *On the Foundations of Mathematics* (1907) ; *Collected Works*, vol. 1, p. 97.

strație care nu corespund exigenței constructibilității. În acest sens este fundamentală excluderea infinitului actual, reinterpretarea propozițiilor matematice existențiale și limitarea aplicării generale a legilor terțului exclus și dublei negații.

Intuiționismul matematic revine în concepererea statutului metodologic al *infinitului* la poziția pre-cantoriană, inițiată de Aristotel și care dominase întreaga matematică și filozofie pînă la Cantor, respectiv, Hegel și Engels. Intuiționismul respinge concepția *actuală, extensională* sau *existențială* a infinitului (= o mulțime infinită este considerată ca existînd sub forma unei colecții încheiate înaintea oricărui proces de generare sau de construire a acestei mulțimi), acceptînd numai infinitul *potențial* (sau *în devenire,* sau *constructiv).* După cum scrie H. Weyl, „Brouwer a clarificat și, după opinia mea, nu a lăsat nici o îndoială asupra faptului că nu există argumente care să apere credința în caracterul existențial al mulțimii tuturor numerelor naturale... Acest șir de numere, care crește fără a se opri la vreun stadiu, prin trecere la succesor, reprezintă o varietate de posibilități deschise infinitului, el rămîne etern în stare de devenire, și nu este un imperiu de lucruri închis, care există în sine“ [39]. Confundarea celor două tipuri de infinit este, după Brouwer, adevărata rădăcină a paradoxelor matematice. Această concepție asupra „esenței“ matematicii, infinitul, determină modificarea semnificației propozițiilor și a demonstrațiilor de existență. *Propoziția universală* „toate numerele naturale n au proprietatea P“ [simbolic *(n) P(n)*] este înțeleasă de intuiționiști ca o *„afirmație ipotetică* potrivit căreia, dacă este dat un număr natural n, putem

[39] Vezi S. C. Kleene, *op. cit.*, p. 436.

fi convinşi că acest număr n are proprietatea P. În condiţiile acestei concepţii, nu trebuie să luăm în considerare infinitul clasic, realizat, al mulţimii numerelor naturale"; iar *propoziţia existenţială* „există un număr natural avînd proprietatea P" ($\exists$ n P(n)) este considerată de intuiţionişti ca „o informaţie parţială despre un enunţ (sau despre o abstracţie a unui astfel de enunţ) care dă un exemplu concret de număr natural n cu proprietatea P sau, cel puţin, o metodă care ne permite, în principiu, să găsim un astfel de exemplu" [40]. Mai departe, tipurile de raţionament matematic şi legile acestuia cunosc o restricţie esenţială în concepţia intuiţionistă. Este tipică în acest sens reinterpretarea raţionamentului cel mai fundamental al matematicii clasice (H. Poincaré), *inducţia matematică*. „Inducţia matematică — scrie Kleene — serveşte ca un exemplu pentru metoda intuiţionistă de demonstrare a propoziţiilor universale asupra numerelor naturale. Demonstraţia prin inducţie a propoziţiei *P (n) pentru toţi n* ne arată că orice n dat trebuie să aibă proprietatea P, pe baza unui raţionament în care se folosesc numai numerele de la 0 pînă la n. Desigur, pentru ca o demonstraţie prin inducţie să fie intuiţionistă, baza şi pasul inductiv trebuie să fie şi ele intuiţioniste" [41]. Iar demonstraţia intuiţionistă a unei propoziţii existenţiale (există un n, astfel încît $P(n)$) „trebuie să fie *constructivă* în următorul sens (restrîns): această demonstraţie prezintă efectiv exemplul unui astfel de n încît să avem $P(n)$ sau, cel puţin, ne indică o metodă care, în principiu, ne permite să găsim un astfel de exemplu" [42]. În aceste condiţii este evident că intui-

[40] S. C. Kleene, *op. cit.*, p. 437.
[41] S. C. Kleene. *Introduction to Metamathematics*, New York, Toronto, D. Van Mostrand Co, 1952, p. 49.
[42] *Ibidem.*

ţioniştii nu vor admite ca valide demonstraţiile neconstructive de existenţă întrebuinţate frecvent în matematica clasică (demonstraţiile prin reducere la absurd, cele care nu oferă sau construiesc nici un exemplu, sau nu indică metoda de obţinere a lui). Reconstrucţia matematicii are în vedere şi revederea sensului *definiţiilor* conceptelor.

Nu putem intra în amănunte privind concepţia epistemologică a lui Brouwer (în mare măsură o continuare a teoriei matematicii a lui Kant). Reţinem o singură afirmaţie despre natura matematicii : „După Brouwer, matematica este identică cu partea exactă a gîndirii noastre... Nici o ştiinţă — în particular, nici filozofia, nici logica — nu poate servi ca premisă matematicii... Matematicii nu-i rămîne nici o altă sursă, în afară de intuiţie, care aşază cu o claritate nemijlocită în faţa ochilor noştri noţiuni şi raţionamente matematice“ [43]. Cel mai important aspect al epistemologiei intuiţioniste pare că a fost expus extrem de bine de H. Weyl luînd ca termen de comparaţie fizica : „Propoziţiilor fizicii teoretice nu le este însă în mod cert specific acel caracter pe care Brouwer îl pretinde celor matematice, anume de a purta în sine fiecare în parte, exhaustiv, sensul realizabil în reprezentare ; mai degrabă acolo, atunci cînd este confruntat cu experienţa, numai întregul sistem este pus în discuţie“ [44].Aceasta este eroarea fundamentală a intuiţionismului : reducerea semnificaţiei matematice nemijlocit intuitive. „Dacă în indicarea activităţii matematice ca element constitutiv al semnificaţiei şi în sublinierea înţele-

[43] Vezi S. C. Kleene, *Critica raţionamentelor matematice*, p. 440.

[44] H. Weyl, *Philosophie der Mathematik und Naturwissenschaft*, München und Berlin, R. Oldenburg, 1927, p. 49.

gerii concrete este conținut un nucleu rațional, pe de altă parte, limitarea la operațiile izolate, insuficienta înțelegere a matematicii ca un sistem întreg de activitate științifică, care trebuie inclus în totalitatea activităților de cunoaștere și a acțiunilor practice reprezintă o reducere fără întemeiere rațională, avînd consecințe funeste“ [45]. Ceea ce ne interesează aici în mod direct este valoarea concepției intuiționiste asupra „ontologiei matematice“. Din nou, ca și în cazul lui Hilbert, răspunsul va fi legat de o altă chestiune : cum arată matematica pe care o putem construi în cadrul acestei ontologii, acceptînd restricțiile intuiționiste ? Răspunsul la această întrebare este următorul : intuiționiștii au construit o matematică nouă ; aceasta uneori reface unele rezultate clasice, alteori produce unele noi, fără corespondent clasic, în general însă ea constituie numai o infimă construcție, incapabilă de a lua locul matematicii clasice. Restul matematicii nu este nici măcar păstrată sub rezerva condiționată a demonstrației de consistență (ca în cazul lui Hilbert, care în fond a plecat exact de la exigențele intuiționiste, încercînd însă să le realizeze global, nu local, pentru fiecare concept și propoziție matematică), ea este considerată nerelevantă. Ontologia intuiționistă reprezintă astfel o bază prea îngustă pentru construirea și justificarea matematicii. Criteriile ei de existență, folosite fără rezerve, vor diminua radical edificiul matematicii, prefăcîndu-l într-o construcție „sigură“ dar neîncăpătoare. În afara acestei aprecieri din partea științei — a teoriei intuiționiste a existenței matematice, din punct de vedere filozofic, se poate observa *mentalismul* care-i este subiacent, concepția idealist-subiectivă asupra semnificației matematice [46]. Elibe-

[45] E. Brieskorn, *op. cit.*, p. 227.
[46] E. Brieskorn, *op. cit.*, p. 228 ; K. Popper, *Epistemologie fără subiect cunoscător*, p. 105.

rarea variantelor ulterioare de constructivism (constructivismul lui A. A. Markov sau P. Lorenzen, „conceptualismul constructiv" al lui Hao Wang ş.a.), înrudite cu intuiţionismul, cu această ontologie subiectivistă a lui Brouwer, înlăturarea ecuaţiei lui, „esse = construi" (de fapt „esse = percipi"), reprezintă o cale care mărturiseşte direct eşecul răspunsului intuiţionist la problema existenţei în matematică.

Expunerea concepţiei materialist-dialectice asupra *problemei* existenţei în matematică o vom face arătînd, pe de o parte, atitudinea ei critică şi valorizatoare faţă de rezolvarea acestei probleme în cadrul orientărilor din fundamentele matematicii, pe de alta, indicînd soluţia constructivă proprie acestei concepţii.

În viziunea materialist-dialectică tezele radicale expuse mai sus ale realismului, formalismului şi intuiţionismului constituie reconstrucţii complementare ale realităţii şi activităţii matematice ; ele reţin şi absolutizează doar un anumit aspect al matematicii.

Astfel, realismul deşi are merite incontestabile în sublinierea obiectivităţii cunoaşterii matematice, a adevărului şi autonomiei relative a constructelor matematice, concentrîndu-se exclusiv asupra produselor finite, a structurilor obiective ale matematicii, nu poate rezolva problema acestei obiectivităţi în termeni metodologici ; de aceea este nevoit să postuleze o existenţă platonică pentru a salva obiectivitatea matematică. Aşa cum au arătat o serie de matematicieni şi filozofi marxişti ai ştiinţei, se poate demonstra că noţiunile noastre matematice sînt obiective (nu doar „constructe utile") fără a hipostazia însă aceste concepte, fără a le reifica.

Formalismul are marele merit de a fi insistat asupra necesităţii asigurării certitudinii şi preciziei matematicii, în condiţiile în care se păs-

trează intactă întreaga matematică clasică. Obiectul său principal de studiu l-a reprezentat limbajul construcțiilor matematice. O influență decisivă asupra dezvoltării matematicii și metamatematicii, după Hilbert, a avut-o formalizarea demonstrațiilor matematice inițiată de acesta, reconstrucția riguroasă a limbajului matematic în termeni care să permită controlul sigur al corectitudinii raționamentelor matematice. Prin definirea exactă a noțiunii de „demonstrație logică" în termeni obiectivi și corecți, Hilbert și formaliștii sperau să ajungă la înțelegerea mai exactă a naturii matematicii. În plus, prin asigurarea fundamentelor matematicii, Hilbert și formalismul voiau să alunge presupunerile și teoriile metafizice neriguroase, pentru a decide tot acest grup de probleme doar cu mijloacele exacte ale matematicii. Aceste virtuți ale programului formalist, absolutizate, au reprezentat în același timp și punctele slabe ale concepției formaliste despre matematică („defectele calităților sale") : reducerea întregii matematici la o „teorie a metodelor formale", excluderea tipurilor superioare de abstracție ca modalități de construcție a obiectelor matematice, pozitivismul ca fond general al teoriei fundamentelor matematicii.

Intuiționismul și variantele constructiviste au subliniat importanța primordială a construcțiilor efective ale matematicii, a activității matematice ca realitate ireductibilă. Este evident că acesta reprezintă un aspect fundamental al matematicii, care apare pe prim-plan în acele domenii sau teorii ale matematicii sau ale științei cînd este importantă efectuarea de fapt a operațiilor, ca de exemplu în aritmetica recursivă sau în metodologia operațională a fizicii. Dar intuiționismul, în forma sa originală, conținea o concepție filozofică cu multe impli-

caţii subiectiviste şi aprioriste. După cum scrie H. B. Curry [47], intuiţioniştii par a postula următoarele caracteristici pentru intuiţia de bază a timpului în care se construiesc numerele naturale, continuul şi, în genere, toate obiectele matematice : „(1) Ea este o activitate de gîndire a minţii omeneşti. (2) Este independentă de limbaj ; construcţia intuiţionistă nu are nevoie să fie legată de vreo expresie lingvistică şi deşi limbajul este necesar pentru a comunica rezultatele, el nu poate oferi decît o reproducere incompletă a gîndirii pure care singură este exactă. (3) Ea nu poate fi descrisă corespunzător prin nici un fel de reguli prescrise ; o demonstraţie este validă dacă este o construcţie ai cărei paşi individuali sînt nemijlocit evidenţi ; indiferent de regulile date, se poate găsi o demonstraţie validă care nu se conformează acestora. (4) Intuiţia de bază are un caracter *a priori*, în sensul că este independentă de experienţă. (5) Ea are o realitate obiectivă, în sensul că este aceeaşi la toate fiinţele gînditoare". Cu greu pot fi acceptate simultan aceste exigenţe impuse intuiţiei matematice de către intuiţionism, pentru a nu mai vorbi de vaguitatea la care conduce identificarea criteriului unei demonstraţii riguroase cu intuiţia („S-a demonstrat că nu este intuitiv clar ce anume este intuitiv clar în matematică" — recunoaşte însuşi A. Heyting [48]).

Faptul că orientările din fundamentele matematice reprezintă *abordări complementare* ale problemei existenţei matematice (în care accentul cade fie pe activitatea matematică intuitiv-constructivă, fie pe rezultatele ei şi adec-

[47] H. B. Curry, *Fundamentele logicii matematice*, în *Logică şi filozofie*, Bucureşti, Editura politică, 1966, p. 213.

[48] A. Heyting, *După treizeci de ani*, în *Logică şi filozofie*, Bucureşti, Editura politică, 1966, p. 355.

varea lor la real, fie pe limbajul, simbolismul și formalismele matematice, sau în care avem de-a face fie cu indicarea prin norme, prescripții, idealuri a ceea ce *trebuie* să fie matematica „autentică", „exemplară", fie cu descrierea și reconstituirea integrală a ceea ce *este* efectiv matematica) este relevat și întărit și de evoluția ulterioară a programelor, de tendințele de convergență și unificare a rezultatelor lor. În această direcție sînt semnificative următoarele elemente de sinteză : (I) multe dintre tezele intuiționiste, curățate de „adausul lor metafizic", au fost acceptate de formalism ; (II) realismul matematic acceptă formalizarea procedeelor matematice obișnuite ; (III) intuiționismul a urmat și el ulterior linia reconstrucției formale a logicii sale (Heyting) ; (IV) existența unor numeroase conexiuni și traductibilități între cele trei domenii, a unor întregiri, continuări și justificări reciproce, evidențiate de Gödel, A. Heyting, M. H. Stone, A. Tarski, S. C. Kleene, G. Kreisel. Toate acestea, dacă n-au produs prin ele însele încă o „sinteză productivă" în domeniul teoriei fundamentelor, permit însă înțelegerea mai adîncă a „coexistenței" diferitelor programe fundaționale. Astfel, A. Heyting apreciază în felul următor semnificația actuală a acestor programe : „Spiritul cooperării pașnice a învins controversele implacabile. Nici o direcție de cercetare nu mai are pretenția să reprezinte unica matematică adevărată. Importanța filozofică a cercetării în fundamentele matematicii constă, cel puțin parțial, în izolarea diferitelor elemente : formal, intuitiv, logic și platonic, care intervin în cadrul structurii matematicii clasice, precum și în determinarea precisă a extensiunii și limitelor lor" [49].

[49] A. Heyting, *op. cit.*, p. 354.

Apreciind situaţia teoriilor din fundamentele matematicii trebuie, aşadar, să considerăm meritele lor în înţelegerea unor aspecte adînci ale problemei existenţei în matematică, pe fondul evoluţiei lor interne care a apropiat doctrinele originale, conducînd la sedimentarea unor elemente pentru înţelegerea unitară a naturii matematicii. Unificarea teoretică şi epistemologică a matematicii (ca şi a ştiinţei în general) este o problemă deschisă. Pînă acum orice teorie creată în speranţa unificării, prin generalizarea sistemelor existente, a dat naştere la noi construcţii şi la noi probleme care au depăşit-o. Noile căi propuse în ultimele decenii, ca şi evoluţia vechilor programe de fundare a matematicii au demonstrat astfel complexitatea problemelor cu care se confruntă cunoaşterea în acest domeniu, ireductibilitatea activităţii şi existenţei matematice la o singură perspectivă fundaţională, deci necesitatea coordonării şi integrării progresive a multiplelor exigenţe exprimate în diferitele orientări. Prin înţelegerea relativităţii oricărui program fundaţionist în domeniul cunoaşterii matematice, teoria materialist-dialectică asupra matematicii subliniază deschiderea şi revizuibilitatea permanentă a cunoaşterii matematice, caracterul complex al progresului ei. În acest sens, evoluţiei tehnice a sistemelor matematice i se asociază un progres epistemologic evident în înţelegerea naturii teoriilor şi a existenţelor matematice, a raporturilor lor cu realitatea şi cu activităţile omului care le creează.

În concepţia materialist-dialectică premisa fundamentală în înţelegerea existenţei matematice este situarea acestei teme în contextul mai larg al activităţilor de construcţie şi idealizare care stau la baza cunoaşterii matematice, a genezei şi aplicării structurilor matematice. În al doilea rînd, în metodologia materialist-dialectică se recunoaşte *gradualitatea şi relati-*

vitatea oricăror determinări ale existenței matematice, ale reconstrucției ideilor „fundamentale" (constructibilitate, evidență, adevăr, obiectivitate), dependența lor de structurile și contextele mai largi în care este inserată practica matematică. În acest sens, punctul de plecare materialist în judecarea problemei existenței în matematică îl constituie teza metodologică mai generală formulată de Lenin: „Conceptele omului sînt subiective în abstracția lor, în separația lor, dar sînt obiective în totalitatea, în procesul, în suma, în tendința, în izvorul lor" [50]. În mod special se subliniază „deschiderea" obiectelor abstracte: aceste „ființe" ideale, structuri și obiecte *posibile*, nu trebuie înțelese ca avînd o existență constituită în mod *definitiv*, închisă, despărțită de orice construcție și aplicație, așteptînd doar să fie sesizată și figurată prin mijloacele de expresie disponibile. În acest sens, în opoziție cu nominalismul extrem și cu platonismul imanent, conceperea dialectică a existenței matematice are evidente note de *constructivism*, dar și de *realism* operatoriu, deschis.

Deși consideră în mod fundamental existența matematică ca o existență construită (solidară permanent cu mijloacele, tipurile și nivelurile de abstracție), materialismul dialectic acceptă atît relativa autonomie a structurilor matematice instituite prin construcție cît și necesitatea și utilitatea *postulării* unor obiecte matematice, a căror existență nu poate fi reprezentată complet prin mijloacele construcțiilor finite.

Problema existenței în matematică nu este considerată de materialismul dialectic ca o problemă care privește doar matematica în sine,

[50] V. I. Lenin, *Caiete filozofice*, în *Opere*, vol. 38, Editura politică, 1956, p. 201.

ruptă de raporturile ei cu alte domenii ale cunoașterii, și nici numai ca o problemă internă a matematicii, rezolvabilă exclusiv cu propriile ei mijloace. Acceptarea unei poziții sau alta în problema existenței matematice este corelată cu înțelegerea contextelor practicii științifice în care este folosită matematica. Așa cum spunea un mare matematician contemporan, John von Neumann [51], nu vom putea înțelege acest „fenomen multiplu" care este matematica fără a considera relațiile ei cu celelalte științe, în special cu domeniile teoretice ale științelor naturii. Tot el indica, pentru înțelegerea naturii realității matematice necesitatea recurgerii la analizele istorico-genetice care ne pot evidenția sursele originare (empirice) ale construcției entităților matematice abstracte. Numai pe baza raportului matematică-știință-experiență se poate înțelege, și rezolva parțial, problema existenței matematice.

Observația primă de la care trebuie să se plece în înțelegerea problemei existenței în matematică este caracterul diferențiat al acestei probleme în funcție de nivelul istoric de dezvoltare al matematicii, de gradul ei de abstracție și de formalizare, de aplicarea matematicii în anumite domenii ale științei. În acest sens, problema existenței matematice apar evident în mod diferit, de exemplu într-o teorie *intuitivă*, sau una *formală*. Plecînd de la faptul unanim admis că ceea ce caracterizează stadiul *actual* de dezvoltare a matematicii este depășirea nivelului intuitiv (solidar cu o înțelegere realistă) și concentrarea ei pe studiul structurilor abstracte, „pure", formalizabile (înțelegerea matematicii ca totalitate de teorii formale), o serie de matematicieni și filozofi (A. A. Markov, A. Alexandrov, H. Wang,

[51] J. V. Neumann, *The mathematician* (1947), în *Collected Works*, vol. I, New York, Pergamon Press, 1961.

A. Kolmogorov, N. Bourbaki, M. Bunge ş.a.) au dezvoltat teza *neutralităţii ontologice* a matematicii : matematica nu este *în sine* o teorie specială a unui domeniu determinat de realitate sau a unui tip special de existenţă. Ea este o „tehnică ideală", un „instrument puternic şi universal al cunoaşterii şi al rezolvării de probleme aplicabil peste tot acolo unde se conturează structuri definite suficient de clar". Ca urmare, matematica posedă aceeaşi perfectibilitate permanentă caracteristică oricărei tehnici ; de aceea, nu există praguri sau grade absolute de certitudine, rigoare, întemeiere, care să nu poată fi ulterior depăşite. Acest mod de a înţelege matematica i-au determinat pe A. A. Markov şi A. Alexandrov să considere matematica o ştiinţă tehnică (o „tehnică ideală"), „care nu cercetează ca alte ştiinţe natura în sine, ci posibilitatea folosirii ei de către oameni" [52] ; matematica întregeşte şi sporeşte capacităţile de gîndire ale omului, prin „aparatele" ei permiţînd dezvoltarea altor teorii, rezolvarea unor probleme inaccesibile capacităţilor intuitive şi gîndirii nemijlocite.

În acest context se poate înţelege teza caracterului relativ şi condiţionat al oricărei existenţe în matematică. Problema existenţei nu ne mai confruntă în termeni absoluţi — aşa cum a apărut ea în etapele anterioare ale dezvoltării matematicii, dominate de un spirit general realist-naiv ; existenţa matematică înseamnă existenţa unor obiecte idealizate, solidare cu o anumită structură matematică mai generală, un „cadru conceptual" determinat şi un anumit nivel al abstracţiei, postulate în contextul unor aplicări ştiinţifice ale matematicii şi decidabilă numai apelînd la acest întreg complex al cunoaşterii. În acest sens, problema

[52] A. Alexandrov, *Mathematik und Dialektik*, în *Ideen des exakten Wissens*, Heft 4, April 1971, p. 254.

existenței obiectelor matematice devine, de exemplu, în contextul științelor teoretice ale naturii, un aspect al problemei mai generale a statutului metodologic al conceptelor teoretice (respectiv a statutului ontologic al „entităților teoretice) [53].

Înțelegerea matematicii ca „tehnică ideală", ca totalitate de „teorii formale", ca „sisteme de deducție dezvoltate după reguli precis definite", clarifică — după acești autori — și problema adevărului în matematică, problemă solidară cu aceea a existenței. „Rezolvarea problemei constă totuși, simplu, în înțelegerea faptului că o asemenea problemă nu există. Matematica își creează aparatele sale și este lipsit de sens să se vorbească despre faptul dacă acestea sînt adevărate sau false — un aparat ori lucrează ori nu, și dacă lucrează atunci face aceasta productiv sau rău. Tehnica ideală a matematicii cu aparatele ei *există* simplu, ea există ca o formă specială a realității sociale și funcționează în sfera ei nu mai rău decît tehnica materială. Problema adevărului se naște numai în aplicarea matematicii, iar răspunsul nu mai depinde deja numai de ea însăși, ci de faptul dacă aplicarea respectivă este legitimă" [54]. Evident, această concepție, după cum recunosc și autorii ei — simplifică și exagerează situația reală, întrucît nu consideră toți factorii care explică corelațiile multiple ale acestui înalt grad al abstracției matematice cu experiența.

---

[53] M. Bunge, *A Treatise on Basic Philosophy*, vol. 2, Semantics II, Reidel, Dordrecht-Holland, 1974.

[54] A. Alexandrov, *op. cit.*, p. 255. Observație : această concepție asupra adevărului matematic este analogă cu acea viziune structuralistă pe care o propun J. Sneed și W. Stegmüller asupra *teoriilor* matematice din *fizica* teoretică ; ca teorii (= structuri conceptuale) nici ele nu sînt nemijlocit adevărate sau false ; problema adevărului apare numai în corelație cu aplicarea lor în formularea unor ipoteze, în cadrul unor aplicări determinate ale teoriilor.

În această înțelegere a naturii actuale a matematicii se reinterpretează și semnificația întregii dispute din fundamentele matematicii: aceasta nu mai vizează în primul rînd ideea existenței în matematică, ci principiile generale ale edificării instrumentelor (aparatelor) matematice. Exigențele puse în discuție, consistența, axiomatizabilitatea, constructivitatea nu trebuie corelate cu *existența* matematică, cu *funcționarea* aparatului matematic. Această concepție, evident, nu are în vedere decît stadiul actual al evoluției matematicii (mai degrabă a unor discipline matematice), matematica formală, deci nu se aplică tuturor etapelor și formelor ei și nici nu caracterizează orice context al aplicării matematicii. Constituirea ei indică încă o dată complexitatea problemei existenței în matematică, multiplicitatea nivelurilor și raporturilor în care se formulează, evidențiind caracterul inexact al oricărei perspective globale nediferențiate, necesitatea considerării drept abordări complementare a tuturor perspectivelor fundaționale expuse anterior.

2. Criteriile existenței matematice

Ca și în cazul problemei realității fizice, în matematică sîntem confruntați cu problema existenței nu numai în sensul necesității redefinirii ideii de *obiect*, cerută atît de progresele teoretice ale matematicii cît și de necesitatea de a rezolva paradoxele și criza de fundamente pe care acestea au generat-o, ci și sub forma găsirii unor „căi inverse" între sistemele matematice și realitate, a unor *criterii de existență* pentru acceptarea diferitelor construcții formale. Această problemă a criteriilor de existență este subordonată alternativelor teoretice

apărute în fundamentele matematicii, ea fiind, de fapt, o parte a doctrinei lor generale.

Matematica clasică a folosit în mod explicit sau numai tacit criteriul *consistenței*. Cantor nu ar fi putut construi pe o altă bază teoria sa ; numai apelînd la consistență se putea introduce multitudinea de tipuri de mulțimi infinite, al căror sens intuitiv direct lipsea. „Esența *matematicii* — spunea Cantor — rezidă tocmai în libertatea ei". Nu se poate înțelege această celebră afirmație dacă nu o vom corela cu ideea necontradicției. Cantor însuși spune : „Matematica este complet liberă în dezvoltarea sa și legată numai de grija — de la sine înțeleasă — ca toate conceptele ei să fie pe de o parte necontradictorii în sine, iar pe de altă parte să se afle în relații ferme, ordonate prin definiții față de conceptele formate mai înainte, deja existente și verificate. Îndeosebi la introducerea noilor numere ea are datoria de a da despre ele definiții prin care să li se acorde o atare determinație și, cînd este cazul, o atare relație față de numerele mai vechi încît ele să se poată deosebi precis între ele în anumite cazuri. Îndată ce un număr satisface toate aceste condiții, el poate și trebuie să fie considerat în matematică ca existent și real. În aceasta văd eu motivul (...) pentru care numerele raționale, iraționale și complexe trebuie privite tot așa de existente ca și numerele întregi pozitive finite" [55]. Poate cel mai clar a exprimat H. Poincaré legătura între noncontradicție și existența matematică : „Un concept matematic are drept la existență numai în acel caz în care definiția lui nu cuprinde contradicții nici în sine nici în raport cu supozițiile anterior admise... În matematică cuvîntul

[55] G. Cantor, *Fundamentele unei teorii generale a varietăților* (1883), în O. Becker, *Fundamentele matematicii*, București, Editura științifică, 1968, p. 328.

existență poate avea un singur sens, el înseamnă lipsa de contradicții" [56].

În reconstrucția logicistă a matematicii criteriul consistenței este, de asemenea, fundamental. În *Principia Mathematica* existența înseamnă în primul rînd noncontradicție. S-a observat adesea legătura acestui criteriu al existenței în matematică cu perspectiva filozofică generală a *raționalismului*, cu teza acestuia : „ceea ce este rațional este și real".

Criteriul consistenței, chiar dacă a fost gradualizat și relativizat [57] a făcut însă obiectul unor critici insistente. Paul Bernays [58] evidențiia faptul că identificarea existenței cu consistența lăsa în afară distincții importante, puterea ei fiind, în general, foarte redusă ; consistența nu ne oferă o explicație efectivă a existenței. Adesea s-a încercat să se replice pe baza unor teoreme din teoria logică a modelelor : în cadrul logicii elementare un sistem formalizat are atunci și numai atunci un model, cînd el este consistent. Dacă este însă vorba de teorii de un ordin mai înalt, atunci L. Henkin a arătat că acea consistență formală garantează existența unui model, nu însă a unui *model-standard*. Apelul la modele în explicarea consistenței și a existenței este însă — după cum arată Hao Wang — circular : „există în orice caz un gen de circularitate în explicarea existenței prin consistență și a consistenței prin satisfacere. Avem nevoie de o anume substanță fundamentală cu care să începem : în ce sens există ea ?" [59]. Toate aceste critici, departe de

---

[56] H. Poincaré, *Science et Méthode*, Paris, Flamarion, 1912, p. 124.

[57] E. W. Beth, *L'Existence en Mathematique*, Paris-Louvain, 1956, § 9, 11, 31, 32.

[58] P. Bernays, *Mathematische Existenz* und widerspruchsfreiheit, *Etudes de Philosophie de Science en hommage a F. Gonseth, Neuchâtel*, 1950, p. 11.

[59] Hao Wang, *Proces și existență în matematică*, în *Epistemologie. Orientări contemporane*, București, Editura politică, 1974, p. 352.

a nega valoarea momentului consistenței formale au evidențiat faptul că această condiție necesară nu este și suficientă în definirea existenței matematice.

Apariția paradoxelor matematice a subminat în general încrederea în efectivitatea și suficiența acestui criteriu al existenței matematice. Criticii cei mai radicali ai concepției clasice asupra existenței matematice au formulat un nou criteriu de realitate : „A exista înseamnă a fi construit intuitiv" [60] *(esse est construi)*. Și înainte se accentuase adesea rolul construcției în demonstrațiile matematice (Euclid, Pappus, Kant), dar numai după criza de fundamente s-a ridicat ideea construcției la nivelul unei exigențe fundamentale în definirea existenței matematice și a demonstrațiilor efective (L. E. J. Brouwer, A. Heyting, H. Weyl). Matematica constructivistă a preluat și ea această exigență a intuiționismului : „existența unui obiect cu proprietăți date este considerată demonstrată numai atunci cînd se indică o metodă pentru construcția potențial realizabilă a unui obiect cu aceste proprietăți" [61]. Criteriul constructivității este, evident, o condiție mult mai strictă în interpretarea existenței matematice ; folosit fără nici o rezervă, el conduce la reinterpretarea unor rezultate ale matematicii clasice, dar și la excluderea unei mari părți din aceasta. Ca și necontradicția sau individualitatea (B. Russell), constructibilitatea nu trebuie însă absolutizată, considerată unic criteriu al existenței matematice, ci folosită așa cum am arătat mai înainte, în contextele în care ea are o semnificație și o relevanță directă.

---

[60] A. Heyting, *Intuiționism. An Introduction*, Amsterdam, North-Holland, 1956, p. 81.

[61] A. A. Markov, *Despre matematica constructivistă*, în *Logică și filozofie*, București, Editura politică, 1966, p. 368.

3. Sistemele formale și existența matematică; reducția ontologică

Unul dintre rezultatele logico-matematice cele mai discutate în legătură cu interpretarea existenței matematice este teorema Löwenheim-Skolem. După sum se știe, G. Cantor a revoluționat profund matematica clasică prin introducerea infinitului *actual*, concept pe care l-a pus la baza reconstrucției teoriei numerelor și a analizei. Cantor a construit o nouă teorie a numerelor transfinite; un număr cardinal transfinit este definit de el ca putere a unei mulțimi infinite; astfel, mulțimii tuturor numerelor naturale îi corespunde primul număr transfinit, *alef*$_0$ mulțimii numerelor reale, un alt număr transfinit. Există și alte asemenea numere transfinite? Cantor răspunde afirmativ. Principiul de obținere a lor este următorul: să considerăm o mulțime finită oarecare, de exemplu {1, 2, 3}, și să formăm mulțimea tuturor submulțimilor ei: {∅}, {1}, {2}, {3}, {1, 2}, {1, 3}, {2, 3}, {1, 2, 3}; mulțimea inițială avea 3 elemente iar mulțimea submulțimilor ei va avea 2^3 elemente; generalizînd acest procedeu, Cantor arată că, dată fiind o mulțime finită sau infinită oarecare, avînd numărul cardinal x, există mulțimea tuturor submulțimilor sale, al cărei număr cardinal este 2^x; în plus, *nu există un număr cardinal transfinit maxim.* Mulțimile echivalente ca putere cu mulțimea tuturor numerelor naturale aparțin tipului întîi, infinitului numărabil, iar celelalte mulțimi superioare ca putere, unor infinități nenumărabile.

Teoria lui Cantor a deschis un cîmp cu totul nou și posibilități nebănuite matematicii. În același timp, însuși Cantor a descoperit faptul că înăuntrul ei pot apărea contradicții logice: de exemplu, ideea clasei tuturor numerelor car-

dinale, admisă de teoria sa, este totuşi contrazisă de teorema de mai sus, conform căreia nu există nici un număr cardinal maxim.

În afara paradoxelor, în teoria lui Cantor au apărut şi alte probleme care au format ulterior obiectul unor cercetări remarcabile : care este statutul „ipotezei continuului" (supoziţia lui Cantor că *2 alef*$_0$ şi *alef*$_1$ sînt acelaşi număr) şi al axiomei alegerii (orice clasă poate fi bine-ordonată) ? Sînt ele adevărate sau false, demonstrabile sau nu ? Demonstrarea consistenţei lor cu restul axiomelor teoriei mulţimilor (sistemul Zermelo-Fraenkel) de către Gödel (1938) şi apoi a independenţei lor (P. Cohen, 1963) au declanşat nenumărate interpretări filozofice, al căror evantai poate fi ordonat pe aceleaşi direcţii ale concepţiilor asupra existenţei matematice : realismul, formalismul, constructivismul.

Şi mai surprinzătoare a fost teorema lui Löwenheim, 1915 (dacă o formulă bine-formată este validă într-un domeniu infinit numerabil, atunci ea este validă în orice domeniu nevid), generalizată de Skolem (dacă o clasă de formule bine-formate este simultan satisfăcută în orice domeniu nevid, atunci ea este simultan satisfăcută într-un domeniu infinit numărabil). Teorema aceasta care, evident, neagă deosebirea dintre numărabil şi alte puteri ale mulţimilor infinite, împreună cu teorema de mai sus a lui Cantor a constituit o situaţie paradoxală care a preocupat intensiv pe matematicieni şi filozofi, poate la fel de mult ca şi teoremele lui Gödel.

Care este importanţa ei pentru problema existenţei matematice ? Pentru *formalişti*, ea, ca şi rezultatele de independenţă ale lui Gödel şi Cohen, nu pare a avea vreo semnificaţie „ontologică". Pentru *realişti*, în schimb, teorema lui Löwenheim-Skolem indică nu inexistenţa

unor mulţimi infinite superioare celei a numerelor naturale, ci limitarea capacităţilor noastre de expresie, de redare lingvistică a obiectelor matematice existente în sine. Ea nu pare astfel a submina „imperiul lui Cantor", ci ne avertizează doar asupra limitelor limbajului matematic, asupra imposibilităţii introducerii activităţii matematice şi a obiectelor asupra cărora poartă aceasta în anumite cadre axiomatice definite dinainte. „Limbajul — scrie A. Tarski — produs al activităţii umane, posedă în mod necesar un caracter finitist şi de aceea nu poate servi ca un instrument adecvat pentru investigarea faptelor, sau pentru construcţia conceptelor avînd un caracter eminamente infinitist" [62]. *Constructivismul* vede însă în această teoremă o expresie a limitelor procesului de construcţie a obiectelor matematice : puterile nenumărabile reprezintă o *fata morgana*, ele dispar ori de cîte ori ne apropiem de ele cu mijloacele construcţiilor efective. Există deci motive strict logice care se opun depăşirii pragului numărabilului în instituirea existenţei matematice, ceea ce indică existenţa unor limite imanente ale activităţii matematice, ale obiectivării rezultatelor conceptuale ale matematicii.

Pentru a pregăti explicaţia pe care Skolem, Quiné, Carnap ş.a. o dau teoremei Löwenheim-Skolem, trebuie să facem două observaţii : (I) paradoxul generat de ea în conjuncţie cu teorema lui Cantor nu reprezintă o contradicţie logică *efectivă* : nici teorema lui Cantor — nefiind constructivă — nu oferă efectiv un exemplu de mulţime superioară numărabilului, deci nu produce un contraexemplu la teorema Löwenheim-Skolem, nici aceasta din urmă, nefiind nici ea complet constructivă, nu oferă o negaţie efectivă a rezultatului lui Cantor ;

[62] A. Tarski, *Logic, Semantics, Metamatematics*, Clarendon Press, Oxford, 1956, p. 253.

(II) în general, numărul cardinal atribuit unei mulțimi depinde de o funcție de proiecție care asigură stabilirea corespondenței ei (sau nu) cu mulțimea numerelor naturale ; în cazul teoremei lui Löwenheim-Skolem, corespondența nu se realizează printr-o funcție definită efectiv în sistemul respectiv, ci prin considerații sintactice exterioare ; mai mult, în raport cu alegerea unei anumite funcții se pot identifica diferit numerele cardinale ale unei mulțimi ; o mulțime este „numărabilă" dacă ea poate fi proiectată pe mulțimea numerelor naturale prin intermediul unei corespondențe biunivoce ; există însă mulțimi care nu sînt numărabile față de un anumit procedeu, dar sînt numărabile față de altul.

Pe această bază Skolem a interpretat în felul următor rezultatele de mai sus : ele ne dovedesc *relativitatea* noțiunilor *fundamentale* ale matematicii, faptul că infinitul, finitul, numărabilul, nenumărabilul etc. nu au sens absolut, ele trebuie să fie relativizate la un „cîmp axiomatic", la un „cadru conceptual" (Carnap). „Toate conceptele teoriei mulțimilor și, ca urmare, ale întregii matematici se găsesc astfel *relativizate*. Sensul acestor concepte nu mai este absolut ; el se raportează la cîmpul axiomatic de bază" [63].

După W. v. O. Quine, teorema lui Löwenheim-Skolem nu indică necesitatea reducerii „ontologiei" matematicii la lumea numerelor naturale, reinstaurarea viziunii pitagorice asupra existenței matematice, ci „relativitatea ontologică" : „nu există un sens absolut pentru a vorbi de ontologia unei teorii", deoarece „nu există un sens absolut în a spune că toate obiectele unei teorii sînt numere, sau că ele

[63] Th. Skolem, *Sur la portée du thèoréme de Löwenheim-Skolem*, în F. Gonseth(ed), *Les entretiens de Zürich sur les fondements de la methode des sciences mathematiques*, Lehman, Zürich, 1971, p. 38.

sînt mulțimi, sau corpuri, sau altceva ; aceasta nu are sens decît relativ la o anumită teorie de fond *(background theory)*. Predicatele relevante — „număr", „mulțime", „corp", sau altceva — vor fi distinse *unele de altele* în teoria de fond prin rolul pe care-l joacă în legile acestei teorii" [64]. Argumentul central al lui Quine împotriva „reducției ontologice" se referă la faptul că pentru a putea găsi o corespondență prin care să se elimine obiectele nenumărabile, ne trebuie esențialmente o teorie de fond mai tare decît teoria pe care vrem să o reducem. Deși teoria lui Quine se întemeiază pe alte premise semantice și epistemologice, ideea relativității conceptelor fundamentale ale matematicii, ale oricărei științe, este acceptată și de teoria materialist-dialectică a cunoașterii, ea fiind subliniată în repetate rînduri de către Engels și Lenin. În *Anti-Dühring*, Engels sublinia relativitatea conceptelor fundamentale, prevenind împotriva contradicțiilor ce pot apărea în urma absolutizării lor. „Adevărul și eroarea, ca și toate categoriile logice care se mișcă în antagonisme polare, au valabilitate absolută numai pentru un domeniu foarte limitat... Îndată ce aplicăm antagonismul adevăr-eroare în afara acestui domeniu, de-abia dăm greș ; cei doi poli ai antagonismului se transformă în contrariul lor, adevărul devine eroare și eroarea adevăr" [65]. Iar Lenin sublinia adesea *„relativitatea* opozițiilor fundamentale" (de genul existență-esență, concept-obiectivitate), caracterul relativ al categoriilor, ca un element necesar al concepției dialectice asupra cunoașterii și existenței [66].

---

[64] W. v. O. Quine, *Ontological Relativity and other essays*, New York, Columbia Univ. Press, 1969, p. 60.

[65] Fr. Engels, *Anti-Dühring*, București, E.S.P.L.P. 1955, p. 104—105.

[66] V. I. Lenin, *Caiete filozofice*, în *Opere*, vol. 38, București, Editura politică, 1959, p. 190—191.

Situaţia generată de teorema Löwenheim-Skolem, neputînd fi decisă exclusiv pe terenul matematicii, prin „forţele ei interne", reprezintă realmente o situaţie conflictuală filozofică, produsă de întîlnirea unor ipoteze fundamentale cu privire la existenţa matematică. Această teoremă, departe de a oferi o soluţie tehnică formală problemei naturii existenţelor matematice, a deschis, dimpotrivă, un orizont larg în care aceasta să poată fi formulată (filozofia matematicii, teren al înfruntării „adevărurilor profunde" complementare, unde problema fundamentelor ultime ale gîndirii teoretice rămîne totdeauna deschisă, răspunzînd unor exigenţe şi conexiuni multiple ale cunoaşterii) şi a regăsit necesitatea unei abordări dialectice, necesare în vederea depăşirii acelor „antagonisme polare, considerate ireconciliabile şi de nerezolvat, aceste linii de demarcaţie şi criteriile distinctive ale claselor fixate arbitrar" ; după cum sublinia Engels, „punctul central al concepţiei dialectice despre natură îl constituie recunoaşterea adevărului că aceste antagonisme şi deosebiri... au numai o valabilitate relativă". Prin adoptarea metodei dialectice de gîndire Engels vede posibilă depăşirea atît a filozofiei speculative a ştiinţei, cît şi a pozitivismului scientist. „Tocmai pentru că învaţă să-şi însuşească rezultatele celor două milenii şi jumătate de dezvoltare a filozofiei, ştiinţele naturii se vor elibera, pe de o parte, de orice filozofie a naturii, distinctă de ele, situată în afara sau deasupra lor, iar pe de altă parte de propria lor metodă de gîndire mărginită, moştenită de la empirismul englez" [67]. Aşa cum arată o serie de cercetători actuali care se străduiesc să „articuleze dialectica inerentă matematicii", să înţeleagă „matematica ca mişcare dialectică", acest proces este evidenţiat în mod direct de rezultatele cele mai

[67] F. Engels, *Anti-Dühring*, p. 20.

remarcabile ale matematicii contemporane, printre care se înscriu şi teoremele lui Löwenheim, Skolem, Gödel şi Cohen. Aceasta — scrie E. Brieskorn — ne reliefează încă o dată faptul că matematica „împărtăşeşte, prin indeterminarea conceptelor ei ultime, fundamentale «incompletitudinea necesară a începutului», caracteristică întregii gîndiri ştiinţifice, de care vorbea Hegel. ...Este bine că dezvoltarea matematicii înseşi a dus la conştientizarea incompletitudinii începutului, căci tocmai aici se manifestă corelaţia matematicii cu întreaga gîndire şi acţiune umană, adesea negată sau ignorată de cei care vor să se limiteze la exactitatea completă a unei matematici închise în sine“ [68].

[68] E. Brieskorn, *op. cit.*, p. 276—277.

Redactor : MARGARETA TISMĂNARU-SECĂREȘ
Tehnoredactor : MARIANA RĂDULESCU

Coli editură 5,04. Coli tipar 5
Bun de tipar 11 iulie 1977
Apărut — iulie 1977

Comanda nr. 8 668/1 338
Întreprinderea poligrafică „13 Decembrie 1918",
Str. Grigore Alexandrescu nr. 89—97,
București, Republica Socialistă România

Lei 3

AU APĂRUT:

Al. Boboc: **Marxism-leninismul şi confruntările de idei în filozofia contemporană**

C. I. Gulian: **Problematica omului şi existenţialismul contemporan**

Gh. Vlăduţescu: **Spiritualism şi fideism în filozofia contemporană**

L. Şerban: **Forme specifice ale înstrăinării în capitalismul contemporan**

H. Culea: **Religia sub semnul cercetării filozofice-sociologice**

A. Roth: **Omul multidimensional**

Vl. Tismăneanu: **Noua Stîngă şi Şcoala de la Frankfurt**

A. Mihu: **Wright Mills şi marxismul**

ÎN PREGĂTIRE:

Al. Boboc: **Fenomenologia şi ştiinţele umane**

A. Roth: **Omul creativ**

ep EDITURA POLITICĂ